

DIPLOMSKA NALOGA :
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
Matematika - praktična matematika (VSŠ)

Katarina Roškar

**Uporaba programov Mathematica,
Derive in Matlab
pri reševanju maturitetnih nalog**

DIPLOMSKA NALOGA

Mentor: mag. Matija Lokar

DIPLOMSKA NALOGA Ljubljana, 2008
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Zahvala

Najlepše se zahvaljujem
svojemu mentorju Matiju Lokarju za njegov trud, čas in vzpodbudo.

Hvala tudi
Mojci Lokar za zbirko matur in strokovno mnenje
poznavalca matur iz matematike.

Gregorju Jeršetu hvala za namestitev MediaWiki.
Lepo se zahvaljujem tudi Sonji Valenčič za njene izkušnje v zvezi s sistemom wiki.

Blažu prav lepa hvala za podporo, nasvete in pomoč.

Hvala vsem!

Kazalo

Kazalo	5
1 UVOD	11
1.1 O maturi	11
2 PREIZKUSI ZNANJA MATEMATIKE IN UPORABA SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE	13
2.1 Preverjanje znanja in SSR	13
2.2 Razvrstitve matematičnih problemov glede na njihovo vrednost v okolju, ki podpira SSR	14
3 OBRAVNAVA UPORABE SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE PRI REŠEVANJU MATURITETNIH NALOG	21
3.1 Poskusni maturitetni pisni izpit iz matematike iz leta 1997	22
3.1.1 1. naloga	22
3.1.2 2. naloga	23
3.1.3 3. naloga	27
3.1.4 4. naloga	28
3.1.5 5. naloga	30
3.1.6 6. naloga	31
3.1.7 7. naloga	35
3.1.8 8. naloga	38
3.1.9 9. naloga	39
3.1.10 10. naloga	40
3.1.11 11. naloga	43
3.1.12 12. naloga	45
3.1.13 13. naloga	46
3.1.14 14. naloga	48
3.1.15 Razprava	50
4 ZASNOVA JAVNO DOSTOPNE BAZE ZA RAZISKAVE VPLIVA UPO- RABE SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE PRI REŠEVANJU MATURITETNIH NALOG	53
4.1 <i>MateMaturaWiki</i>	54
4.1.1 Namestitev	54
4.1.2 Oblikovanje in načrtovanje glavne strani	54
4.1.3 Oblikovanje in načrtovanje ostalih strani	58
4.1.4 Končen izgled glavne strani	70
5 ZAKLJUČEK	71
Literatura	75

Program dela

V diplomski nalogi na primeru pisnega primera mature iz matematike pokažite, kako bi uporaba sistemov za simbolno računanje lahko vplivala na formulacijo in izbiro nalog. Prikažite nekaj razvrstitev, ki merijo vpliv sistemov za simbolno računanje na izpitna vprašanja. Rešite eno od pisnih maturitenih nalog s pomočjo programov Matlab, Mathematica in Derive. Opišite zasnovo sistema wiki, kjer bi se zbirale tovrstne analize matematičnih nalog.

Osnovna literatura:

- Kokol-Voljč, V., “Examination questions when using CAS for school mathematics teaching”. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), str. 63–76.
- Lokar, M. in Lokar, M., “CAS and Slovene final external examination”. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8(1), str. 23–44.
- *Exam Questions and Basic Skills in Technology Supported Mathematics Teaching*, ed. M. Lokar, *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, 2000, Portorož, Slovenija*.

mentor
Matija Lokar

Povzetek

Razvoj informacijske tehnologije in še posebej programov oziroma sistemov za simbolno računanje (SSR) ponuja nove možnosti in s tem neizogibno vpliva na metode in cilje matematičnega izobraževanja. Te spremembe je potrebno ustrezno vključiti tudi v matematični izobraževalni sistem. V zvezi s tem se poraja veliko vprašanj. Eno ključnih je vpliv vpeljave različnih tehnoloških pripomočkov na preverjanje znanja. Trenutno so na maturitetnem pisnem izpitu iz matematike dovoljena le standardna (znanstvena) računalna. V luči naraščajoče uporabe SSR sem preučila izbrane maturitetne naloge in jih uvrstila v razrede glede na pet različnih razvrstitev, ki merijo vpliv sistemov za simbolno računanje na izpitna vprašanja. Izdelala sem sistem spletnih strani, zasnovan kot wiki, kjer se zbirajo pričujoče analize, ki bodo v pomoč pri uvajanju tehnologije v učni proces.

Abstract

The development of information technology and, especially, programs or computer algebra systems (CAS) offers new possibilities and inevitably influences the methods and goals of mathematical teaching and learning. The mathematical education system should reflect these changes. Many questions arise concerning this fact. One of the key questions is the influence of introduction of various technological tools on assessment. At the moment only standard (scientific) calculators are allowed during the Matura examination. In the view of emerging usage of CAS, I investigated a couple of exam questions and classified them according to five different schemes which measure the usefulness and the impact of computer algebra systems on exam questions. I built wiki based pages, where analyses such as this one accumulate and shall serve as a helpful tool in introducing technology into the teaching process.

Ključne besede:

Matura, tehnologija, preverjanje znanja, sistemi za simbolno računanje, SSR

Keywords:

Matura, external examination, technology, assessment, Computer Algebra Systems, CAS

DIPLOMSKA NALOGA :

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Stvarni vrstilec - MSC (2000):

- 68 Računalniške znanosti:
 - 68W Algoritmi
 - 68W30 Simbolično računanje in algebrasko računanje
- 97 Matematično izobraževanje:
 - 97-02 Raziskava
 - 97-04 Eksplicitno strojno računanje in programi
 - 97B Izobraževalna politika in izobraževalni sistemi:
 - 97B10 Raziskave in načrtovanje izobraževanja
 - 97C Psihologija in raziskave v matematičnem izobraževanju:
 - 97C50 Teoretični pogledi (teorije učenja, epistemologija, filozofija poučevanja in učenja, ipd.)
 - 97C80 Tehnološki pripomočki in drugo gradivo pri poučevanju in učenju (raziskave o inovacijah, vloga pri učenju, uporaba orodij pri poučevanju, ipd.)
 - 97D Izobraževanje in poučevanje v matematiki:
 - 97D30 Cilji matematičnega poučevanja
 - 97U Izobraževalno gradivo in orodja. Izobraževalna tehnologija:
 - 97U50 Poučevanje s pomočjo računalnikov in programov
 - 97U70 Tehnološki pripomočki (računalniki, kalkulatorji, programi, ipd.) ter njihova uporaba v razredu

Classification - MSC (2000):

- 68 Computer science:
 - 68W Algorithms
 - 68W30 Symbolic computation and algebraic computation
- 97 Mathematics education:
 - 97-02 Research exposition
 - 97-04 Explicit machine computation and programs
 - 97B Educational policy and educational systems:
 - 97B10 Educational research and planning
 - 97C Psychology of and research in mathematics education:
 - 97C50 Theoretical perspectives (learning theories, epistemology, philosophies of teaching and learning, etc.)
 - 97C80 Technological tools and other materials in teaching and learning (research on innovations, role in student learning, use of tools by teachers, etc.)
 - 97D Education and instruction in mathematics:
 - 97D30 Goals of mathematics teaching
 - 97U Educational material and media. Educational technology:
 - 97U50 Computer assisted instruction and programmed instruction
 - 97U70 Technological tools (computers, calculators, software, etc.) and their use in the classroom

Stvarni vrstilec - ACM CCS:

- G** Matematika računalništva:
 - G.4** Matematični programi
- K** Računsko okolje:
 - K.3** Računalniki in izobrazba:
 - K.3.1** Uporaba računalnika pri izobraževanju

Classification - ACM CCS:

- G** Mathematics of Computing:
 - G.4** Mathematical Software
- K** Computing Milieux:
 - K.3** Computers and Education:
 - K.3.1** Computer Uses in Education

DIPLOMSKA NALOGA :
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Poglavje 1

UVOD

1.1 O maturi

Leta 2003 je *Zakon o maturi* dosedanje enotno *matur* poimenoval *splošno matur* in dodal *poklicno matur* (prej *zaključni izpit* na tehniških šolah). V tem delu bomo govorili o pisnem delu splošne mature. Z uspešno opravljeno splošno matur pridobi kandidat srednjo izobrazbo in tako možnost vpisa v univerzitetni ali strokovni študij.

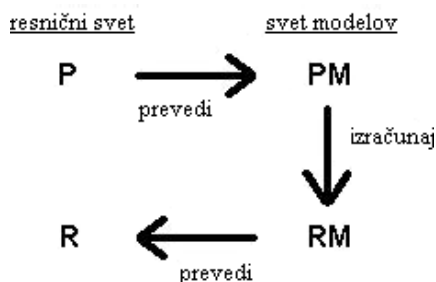
Matematika je obvezen predmet pri splošni maturi. Pri maturitetnih nalogah se preverja predvsem operativno znanje srednješolske matematike. Pogosto prinašajo točke že pravilni postopki reševanja [Alt et al., 2003]. Kandidati lahko izbirajo med osnovno in višjo ravni, pri čemer so naloge na zahtevnejši ravni strukturirane in sestavljene iz večih delov.

Splošno matur letno opravi preko 9000 dijakov. Število maturantov se v primerjavi s prejšnjimi obdobji povečuje. Spreminja se tudi predmetni izpitni katalog iz matematike, ki določa *izpitne cilje*. Glede na [Alt et al., 2007] so to: *spodobnost branja matematičnega besedila in korektne interpretacije, spodobnost logične, jasne in natančne predstavitev matematične vsebine v raznih oblikah z uporabo ustrezne simbolike in terminologije, spodobnost računanja s števili in zapisa rezultata z določeno natančnostjo ter presoja veljavnosti rezultata, spodobnost izbire in uporabe primerne metode, spodobnost uporabe računalna ter osnovnih matematičnih orodij za načrtovanje, spodobnost interpretacije, preoblikovanja in pravilne uporabe matematičnih trditev, spodobnost logičnega sklepanja iz danih matematičnih podatkov, spodobnost prepoznavanja matematičnih vzorcev in struktur, spodobnost videti in izkoristiti soodvisnost različnih vej (področij) matematike, spodobnost kombinacije več matematičnih veščin in tehnik pri reševanju problemov, spodobnost uporabe matematike v življenjskih situacijah*.

Med vsemi temi cilji matematičnega izobraževanja še vedno najbolj izstopa tradicionalno urjenje spodobnosti izvedbe matematičnih operacij [Kokol-Voljč, 2000a]. Razlog za to tiči predvsem v zgodovini matematike. Kot piše Heugl v [Heugl, 2000], je bila prvenstvena gonilna sila razvoja matematike potreba po razvoju algoritmov in metod, ki bi poenostavile dolge račune. Z drugimi besedami, matematika se je razvijala zaradi potrebe po avtomatizaciji nepotrebnih matematičnih aktivnosti oziroma “trivializaciji”. Ključno vlogo pri tem imajo orodja.

Razvoj informacijske tehnologije in še posebej programov oziroma sistemov za sim-

bolno računanje (SSR) ponuja nova orodja. S tem neizogibno vpliva na metode in cilje matematičnega izobraževanja. SSR, ki jih pogosto tudi v slovenski literaturi označujemo kar z angleško kratico CAS (Computer Algebra Systems), ponujajo vnaprej pripravljena orodja za izvedbo določenih, včasih tudi zelo kompleksnih, matematičnih - predvsem računskih - postopkov. Z njihovo pomočjo lahko dosežemo pomembnejše cilje, namreč razumevanje in uporabo matematičnih pojmov, ki sta bila do sedaj bolj v ozadju [Kokol-Voljč, 2000b].



Slika 1: Značilni koraki pri reševanju matematičnega problema.

P: matematični problem v resničnem svetu,

PM: matematični problem v svetu modelov,

RM: rešitev matematičnega problema v svetu modelov,

R: rešitev matematičnega problema v resničnem svetu.

Šolski sistem posveča 80% časa računanju in le 20% časa modeliranju in prevajanju problema v matematični svet ter nazaj. [Kutzler, 2000]

SSR spreminjajo matematični svet. Te spremembe je potrebno ustrezno vključiti tudi v izobraževalni sistem. V zvezi s tem se poraja veliko pomembnih vprašanj ([Lokar, 2000], [Lokar, 2005]). Eno ključnih je, kako uporaba SSR vpliva na preverjanje znanja.

Poglavje 2

PREIZKUSI ZNANJA MATEMATIKE IN UPORABA SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE

2.1 Preverjanje znanja in SSR

Trenutno je na maturitetnem pisnem izpitu iz matematike dovoljena le uporaba *standardnega* (znanstvenega) računalja. Računalja z možnostjo risanja grafov funkcij in simbolnega računanja ter SSR niso dovoljeni. V nekaterih državah je uporaba grafičnih in algebrskih računal ter celo SSR dovoljena ali pričakovana [Böhm et al., 2004], vsaj na omejenem delu izpita. To prinaša določene dileme, predvsem to, v kolikšni meri se pri izpitu preverja matematično znanje in koliko tehnika uporabe tehnološkega pripomočka. Nekateri raziskovalci področja preverjanja znanja menijo, da bi problem uvajanja tehnologije, s katero pride pomembnost uravnovešanja urjenja in razumevanja (slika 1) še bolj do izraza, rešili s t.i. *dvodelnimi* izpiti [Herget et al., 2000]. Ti so sestavljeni iz dveh delov: dela, kjer je dovoljena uporaba tehnoloških pripomočkov in dela, kjer ta ni dovoljena. Tak sistem izpitov se je že uveljavil v Veliki Britaniji. Z razdelitvijo izpita na dva dela dosežemo, da lahko preverjamo tudi znanje temeljnih veščin računanja. Če namreč dovolimo uporabo SSR, cilj takih nalog ni več izpolnjen in se razvrednotijo, saj so trivialno rešljive. Da ne bi preverjali le sposobnosti uporabe SSR, take naloge zastavljamo na posebnem delu izpita, kjer ni dovoljen noben tehnološki pripomoček (niti najbolj preprosto štirifunkcijsko računalno ne). Spet drugi se s takim pristopom ne strinjajo in menijo, da gre le za zamegljevanje položaja [Wazir, 2007] in da naj bo tehnologija nasploh dovoljena ali pa ne.

Pri odločanju o tem, kateri pristop je najboljši, nam lahko pomaga pregled obstoječih izpitov z gledišča njihovih vrednosti v okolju, ki dovoljuje uporabo SSR in tudi drugih tehnoloških pripomočkov. Predmet te naloge je tovrstna analiza izbranih maturitetnih nalog, če se omejimo na uporabo SSR. Pri analizi sem si pomagala z razvrstitvami, ki določajo nivo vpliva sistemov za simbolno računanje na izvedbo preverjanja znanja ter s tremi sistemi za simbolno in numerično računanje: *Mathematica*, *Derive* in *Matlab*. Slednjega, ki dejansko ne spada med SSR (vsaj v osnovni obliki ne), smo namenoma

uvrstili v izbor, saj je njegova uporaba pri študiju na Fakulteti za matematiko in fiziko zelo razširjena. Podobna analiza je bila narejena leta 2000 z uporabo programa *Derive* ([Lokar in Lokar, 2000], [Lokar in Lokar, 2001]).

Danes obstaja širok izbor sistemov za simbolno računanje, pa tudi drugih bolj in manj razširjenih orodij, ki jih lahko uporabimo kot pripomoček pri reševanju matematičnih problemov. Za analizo sva z mentorjem namenoma izbrala omenjene tri. Pri pouku matematike v srednjih šolah in gimnazijah v Sloveniji je predvsem razširjena uporaba programa *Derive*. Njegova uporaba je preprosta in ponuja možnost povezovanja z zmogljivejšimi računali znamke TI. Le-ti se poleg programov *Derive*, *Magma*, *Mathematica*, *Matlab* in nekaterih drugih uporabljajo pri študijskih programih Fakultete za matematiko in fiziko.

2.2 Razvrstitve matematičnih problemov glede na njihovo vrednost v okolju, ki podpira SSR

V literaturi [Jones in McCrae, 1996], [Kokol-Voljč, 2000a], [Herget et al., 2000], [Aogáin, 2000], najdemo več načinov razvrstitve, ki poskušajo matematične probleme, oziroma boljše rečeno zastavljene matematične naloge, razvrstiti v skupine glede na to, kaj dovoljena uporaba SSR pomeni za njihovo reševanje. Na kratko bomo predstavili obstoječe razvrstitve, uvedli kratice za posamezne razrede in za boljšo predstavbo pri vsakem navedli še en primer razredu pripadajoče naloge (vzete iz [Alt et al., 2003]). S pomočjo teh razredov bomo naredili analizo izbranih maturitetnih nalog. Zavedati pa se je potrebno, da je razvrstitev pogosto precej težavna. Večkrat je odvisna od namena naloge, torej od tega, katera matematična znanja in veščine so želeli sestavljavci z nalogo preveriti.

Razvrstitev P. Jones in B. McCrae (1996) razvršča matematične naloge na podlagi vpliva SSR na reševanje matematičnega problema:

JM – Ni vpliva Uporaba SSR ne vpliva na način reševanja matematičnega problema. Uporaba bodisi ne prispeva k reševanju, ali pa le toliko, kolikor bi tudi sicer dovoljeno orodje (znanstveno računalno).

Primer

Navodilo: Pri tej nalogi rezultate sproti vpisujete v tabelo.

Cena izdelka je bila 100.000 SIT. Na začetku razprodaje so ceno znižali za 10 odstotkov. Izračunajte ceno izdelka po tem znižanju in jo vpišite v spodnjo tabelo. V nadaljevanju razprodaje so ceno izdelka dodatno znižali še za 20 odstotkov. V tabelo vpišite še ceno po drugem znižanju. Nekoliko kasneje je sledilo 5 odstotno zvišanje cene. Izračunajte in zapišite še tretjo ceno. Kolikšno je skupno zmanjšanje cene v tolarjih? Za koliko se je po vseh spremembah zmanjšala prvotna cena?

(5 točk)

(september 2002, osnovna raven, 3. naloga)

Dijak mora pri tej nalogi poznati pojem odstotkov. Tehnologija mu pomaga le pri izvajanju osnovnih operacij, kar pa pri sami nalogi ni bistveno, oziroma se nič ne razlikuje od dovoljene uporabe računalna. Če bi uporabil naprednejše zmožnosti programov (na primer: samodejno preračunavanje ne glede na osnovno ceno, samodejen izračun

sprememb ...) bi dejansko pokazal matematično razumevanje problema, ki bi presegalo zahtevano raven.

JM✓ Vpliv Uporaba SSR vpliva na samo reševanje matematičnega problema. A ta vpliv je tak, da se namen problema (preverjanje določenih matematičnih veščin) ohrani. Tako problema ni potrebno spreminjati. SSR nudi le matematično veljavno alternativno metodo.

Primer

Če od števila b odštejemo dvakratnik števila a , dobimo 2; če zmanjšamo petkratnik števila a za $(b + 1)$, pa 6. Izračunajte števili a in b .

(6 točk)

(junij 1995, osnovna raven, 1. naloga)

Dijak mora nalogo najprej pravilno prevesti v matematično obliko. Pri tem si ne more pomagati s tehnološkim pripomočkom. Pri tej nalogi sestavljenci niso zahtevali postopka reševanja dobljenega sistema enačb, kar pomeni, da bi alternativno lahko sistem enačb rešili tudi s pomočjo SSR.

JM! Trivializacija Uporaba SSR vpliva na vrednost matematičnega problema toliko, da bi ga bilo potrebno preoblikovati. SSR za zastavljeni problem nudi metodo, ki zahteva le tehnično znanje uporabe SSR in malo ali nič matematičnega razmisleka.

Primer

S katerimi števili 2, 3, 4, 5, 6 in 9 je deljivo število 10203040506? V tabeli obkrožite pravilne odgovore.

(6 točk)

(junij 2002, osnovna raven, 1. naloga)

Pri razvrstitvi te naloge v to kategorijo smo upoštevali, da je bil namen sestavljalcev naloge preverjanje poznavanja različnih kriterijev deljivosti števil. Ker pa SSR znajo računati s poljubno velikimi števili, lahko dijak deljivost preveri neposredno z uporabo deljenja.

B. Kutzlerjeva razvrstitev (1998) razvršča matematične naloge na podlagi dveh meril.

Prvo je vloga SSR pri procesu reševanja matematičnega problema (*primarna* proti *sekundarni*). Drugo merilo pomeni potrebno predznanje uporabe SSR pri reševanju (*rutinsko* proti *napredno*):

KUI Primarna rutinska uporaba SSR Uporaba SSR je najvažnejša dejavnost pri reševanju matematičnega problema, ki bi ga sicer le stežka rešili (ali pa sploh ne). Za uporabo SSR zadostuje osnovno znanje.

Na maturitetnih pisnih izpitih iz matematike ni najti primera takega problema. To seveda ni nepričakovano, saj naj bi bila matura rešljiva brez (zmogljivejših) tehnoloških pripomočkov.

KUI* Primarna napredna uporaba SSR Uporaba SSR je najvažnejša dejavnost pri reševanju matematičnega problema, ki bi ga sicer le stežka rešili (ali pa sploh ne). Za uporabo SSR je potrebno napredno znanje.

Seveda tudi tu na maturitetnih pisnih izpitih iz matematike ni najti primera takega problema.

KUII Sekundarna rutinska uporaba SSR Uporaba SSR igra le manjšo vlogo pri reševanju matematičnega problema. Poudarek problema je na sposobnostih, ki jih SSR nima. Za uporabo SSR zadostuje osnovno znanje.

Primer

Zapišite polinom tretje stopnje z realnimi koeficienti, če ima ničli $x_1 = -2$ in $x_2 = i$, njegov graf pa seka ordinatno os v točki $T(0, -2)$.

(6 točk)

(september 1996, osnovna raven, 5. naloga)

Pri tej nalogi so sestavljavci želeli preveriti predvsem, ali dijak pozna zakonitosti, ki veljajo za polinome. SSR lahko pomaga le pri izvedbi rutinskih operacij, ki pri tej nalogi niso bistvena tema preverjanja.

KUII* Sekundarna napredna uporaba SSR Uporaba SSR igra le manjšo vlogo pri reševanju matematičnega problema. Pri reševanju je poudarek na postopkih, ki jih SSR nima neposredno vgrajenih. Za uporabo SSR je potrebno napredno znanje.

Na maturitetnih pisnih izpitih iz matematike težko najdemo primer takega problema. Nalog, kjer uporaba SSR igra le manjšo vlogo, je sicer veliko, vendar pa različni SSR razpolagajo z različnimi orodji, kar pomeni, da je pri nekaterih (za isti problem) potrebno napredno znanje uporabe, pri drugih pa ne. Pri ravni znanja, ki ga zahteva matura, gre predvsem za to, da so nekateri SSR bolj "priročni" za uporabo kot drugi; da pridemo do istega rezultata, se moramo pri uporabi nekaterih SSR bolj potruditi. Ali je naloga taka, da zahteva napredno uporabo, zavisi od uporabljenega SSR. Če bi torej želeli najti primer naloge iz tega razreda Kutzlerjeve razvrstitve, bi se morali najprej omejiti na določen SSR.

KUØ Nesmiselna (nepomembna) uporaba SSR Pri reševanju matematičnega problema nam SSR nič ne koristi.

Na maturitetnih pisnih izpitih iz matematike redko najdemo primer takega problema, ker bi moral biti izrazito teoretične narave ali pa temeljiti na samih takih postopkih, ki jih SSR nima vgrajenih. Spodaj je primer; le del celotne naloge je te vrste.

Primer

Rešite naslednje tri naloge iz teorije množic:

⋮

- b) Množica M ima natanko 16 podmnožic, med njimi tudi podmnožici $\{a, i, u\}$ in $\{a, e\}$. Zapišite množico M in vse njene podmnožice z močjo 3.

(6 točk)

⋮

(september 1998, višja raven, 5. naloga)

Pri izračunu podmnožic si s SSR ne moremo pomagati, oziroma bi z uporabo SSR postopek reševanja le bolj zapletli, kot če bi reševali "peš", potrebovali pa bi več ali manj enako znanje matematike.

Razvrstitev po V. Kokol-Voljč (2000) razvršča naloge na podlagi vloge/pomena matematičnega problema pri preverjanju sposobnosti (v smislu razumevanja matematičnih pojmov) ter veščin (v smislu spretnosti pri izvajanju računov):

KO– Za SSR neobčutljiv problem Problem je tak, da je za rešitev ključno razumevanje matematičnih pojmov, na katerih problem temelji. Uporaba SSR pri reševanju problema nudi le omejeno pomoč.

Primer

Na polico želimo postaviti 4 različne matematične in 5 različnih fizikalnih knjig. Na koliko načinov jih lahko razporedimo, če naj knjige iste stroke stojijo skupaj?

(5 točk)

(september 1996, osnovna raven, 6. naloga)

Dijak mora problem prevesti v matematično obliko, česar ne more storiti s pomočjo SSR. S SSR si lahko pomaga le pri izračunu faktoriele, ali neposredno binomskega simbola.

KO? Za SSR občutljiv problem Problem je tak, da je brez SSR reševanje problema naporno, ker vsebuje veliko rutinskih izračunov ali pa ker zahteva večstopenjske strategije reševanja. Uporaba SSR pri reševanju lahko spremeni pomen problema. Pri tem pride do spremembe postopka iz mehanskega dela k semantičnem in pojmovnem ter aplikacijskem delu. Vendar pa lahko uporaba SSR tudi izrazito razvrednoti vlogo preverjanja določenih sposobnosti. Pri dobljeni količini informacije o znanju je lahko zelo skopa. Pri takem problemu je ključno najti oziroma postaviti pravo ravnovesje med količino rutinskega dela ter razumevanja, ki sta potrebna za rešitev.

Primer

Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ in zapišite presečišči grafa s koordinatnima osema, pola in vodoravno asimptoto.

(7 točk)

(september 1997, osnovna raven, 7. naloga)

Če si dijak pomaga s SSR, ne pokaže znanja risanja racionalnih funkcij. Mora pa poznati pojem ničle, pola in asimptote, da jih lahko zapiše. Nekateri SSR narišejo le lege polov, asimptoto pa mora določiti in narisati uporabnik sam.

KO! S SSR razvrednoten problem Problem zahteva le uporabo znanja o računskih postopkih, oziroma vedenje o tem, kako se določen postopek v SSR uporabi. Z uporabo SSR se smiselnost zastavljanja takega problema popolnoma izgubi; od problema ostane le preverjanje tehnične sposobnosti uporabe SSR.

Primer

Rešite enačbo $x^3 = 2x^2 - 2x + 4$ in zapišite vse tri rešitve.

(6 točk)

(junij 2001, osnovna raven, 1. naloga)

Reševanje naloge zahteva poznavanje postopka iskanja ničel polinoma. S SSR enačbo rešimo v enem koraku s preprostim ukazom.

KO✓ Problem, ki preverja sposobnosti in veščine Problem je tak, da večino reševanja zavzema prevod izrazov iz ene oblike v drugo z uporabo različnih matematičnih pravil. Za rešitev problema je potrebna veščina uporabe transformacij v matematični svet, pri čemer je potrebno tudi znanje o sintaksah matematičnih izrazov. Z uporabo SSR s problemom preverjamo znanje izbire in uporabe transformacij, saj brez tega uporaba SSR ni mogoča.

Primer

Gobar ima v košari lisičke, jurčke in sirovke. Tri četrtine števila vseh gob je lisičk, dvajset odstotkov je jurčkov, sirovki pa sta dve. Koliko gob ima gobar v košari?

(5 točk)

(junij 2005, osnovna raven, 5. naloga)

Problem mora dijak - na način, ki si ga izbere sam - transformirati v matematično obliko. Šele potem lahko uporabi SSR.

K0★ Redek problem Problem ni običajen in ga lahko rešimo na več enakovrednih načinov. Rešimo ga lahko le z uporabo izvirnih metod; zahteva ustvarjalnost, pri čemer SSR služi le kot orodje.

Na maturitetnih pisnih izpitih iz matematike ni najti primera takega problema.

E. Mac Aogáin (2000) razvršča naloge na podlagi stopnje zahtevnosti matematičnega problema, če ga rešujemo z SSR:

M0 Trivialni problem Problem zahteva le nekaj preprostih korakov. Z uporabo SSR postane trivialen.

Primer

S pomočjo delnega korenjenja izračunajte natančno vrednost izraza $(\sqrt{300} - \sqrt{75} - \sqrt{48})(\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{150})$. Tudi končni rezultat delno korenite.

(6 točk)

(junij 1999, osnovna raven, 3. naloga)

Izraz je samo potrebno pravilno vnesti/prepisati v SSR. Sicer bi popravljalci lahko odšteli točke, ker ne bi bil uporabljen postopek delnega korenjenja, ampak bi bil le rezultat ustrezen. A to je bolj ali manj problem ocenjevanja in ne vrednotenja problemov.

M1 Enostaven problem Problem je zahtevnejši. Z uporabo SSR se težavnost znatno zmanjša, vendar pa pri reševanju še vedno potrebujemo znanje o temeljnih matematičnih pojmi.

Primer

Zapišite enačbi vzporednice in pravokotnice na premico $y = \frac{3}{2}x - 2$, če potekata skozi točko $T(-2, 1)$.

(7 točk)

(september 2001, osnovna raven, 2. naloga)

Dijak mora poznati pojma vzporednice in pravokotnice, ter zapisati enačbi, ki ustrezata pogojem. Pri reševanju enačb si nato lahko pomaga s SSR.

M2 Težek problem Problem je zahteven. Z uporabo SSR se večina težavnosti ohrani. SSR nudi le rahlo pomoč pri reševanju.

Primer

Pokončnemu stožcu, katerega osni presek je enakostranični trikotnik, pravimo enakostranični stožec.

- a) *Izračunajte središčni kot φ krožnega izseka, ki ga dobimo, če plašč enakostraničnega stožca razgrnemo v ravnino. Narišite ravninsko mrežo enakostraničnega stožca s polmerom osnovne ploskve $r = 2$ cm.*

(7 točk)

b) Izračunajte površino enakostraničenega stožca s prostornino $V = 3\pi \text{ cm}^3$. Rezultat naj bo točen.

(8 točk)

c) Enakostraničnemu stožcu s stranico $s = 12\sqrt{3} \text{ cm}$ vrtamo kroglo. Izračunajte prostornino te krogle. Rezultat naj bo točen.

(5 točk)

(junij 1999, višja raven, 2. naloga)

Naloga zahteva naprednejše znanje geometrije in dobro prostorsko predstavo. SSR služi le kot računalo.

M→ Za SSR neobčutljiv problem Problem je tak, da uporaba SSR le neznatno ali pa sploh ne pripomore k rešitvi.

Primer

Samo ena izmed spodnjih slik prikazuje ravninsko mrežo piramide. Obkrožite črko pod to sliko in izračunajte prostornino ustrezne piramide. Potrebni podatki so na sliki.

(6 točk)

(junij 1999, osnovna raven, 8. naloga)

SSR lahko uporabimo le za izračun vrednosti prostornine, kar pa lahko storimo tudi z navadnim računalom.

Razvrstitev W. Herget, H. Heugl, B. Kutzler, E. Lehmann (2000) razvršča probleme na podlagi tega, ali naj bi pri reševanju matematičnega problema dovolili uporabo tehnologije (SSR) ali ne:

-T Brez tehnologije Problem je enostavno rešljiv brez uporabe tehnoloških pripomočkov. Reševanje zahteva uporabo temeljnih veščin matematike¹. Z uporabo SSR bi od problema ostalo le preverjanje tehnične sposobnosti uporabe SSR, zato naj se tak problem reši brez uporabe kakršnih koli računskih pripomočkov.

Primer

Rešite neenačbo $\frac{2}{x-3} < 1$.

(6 točk)

(junij 1997, osnovna raven, 13. naloga)

Sestavljalci naloge so želeli preveriti znanje reševanja linearnih neenačb, česar ob uporabi SSR ne morejo.

+T S tehnologijo Problem je težje rešljiv brez uporabe tehnoloških pripomočkov. Za rešitev zahteva bodisi naprednejše znanje, ki je zgrajeno na osnovah problemov iz razreda zgoraj, bodisi večkratno/rutinsko uporabo osnovnega znanja. Uporaba SSR naj bo dovoljena.

Primer

Ploščina trikotnika ABC je 8 cm^2 . Dve stranici merita 5 cm in 8 cm . Izračunajte obe možni dolžini tretje stranice na tri mesta natančno.

(7 točk)

(junij 1996, osnovna raven, 12. naloga)

¹Kaj so "temeljne veščine", je stvar dogovora. Privzeli bomo definicijo "temeljnih veščin" iz vira [Herget et al., 2000].

Za numerični izračun rezultata potrebujemo računalo. Možnost uporabe SSR ne zmanjša vrednosti naloge.

?T Vprašljivo Problem je tak, da ga je težko uvrstiti v eno izmed gornjih dveh razredov.

Primer

Izračunajte nedoločeni integral: $\int \frac{2-\sin^3 x}{\sin^2 x} dx$.

(5 točk)

(junij 2000, osnovna raven, 2. naloga)

Po viru [Herget et al., 2000] bi ta naloga verjetno spadala v razred +T, ker lahko integral razdelimo na dva dela in za vsakega posebej uporabimo osnovno znanje integriranja. Ker pa je integral zelo preprost, bi jo lahko uvrstili tudi v razred -T.

Poudarimo naj, da imajo našteti načini razvrstitve vsak svoje prednosti in slabosti. Dejansko so pogosto pregrobi, saj so matematični problemi glede vpliva SSR po naravi zvezno porazdeljeni. Zato je pri uvrstitvi v določen razred potrebno natančno obrazložiti razlog take odločitve. Za boljšo predstavo relacij med posameznimi načini razvrstitve navedimo naslednjo tabelo (povzeta iz virov [Kokol-Voljč, 2000a], [Flynn in McCrae, 2001], [Herget et al., 2000]). Glede na to, da je Kutzlerjeva razvrstitev dvodimenzionalna, sem jo vzela za osnovo in ostale razvrstitve primerjala z njo. Primerjave so, zaradi že omenjenih umetno postavljenih mej med razredi razvrstitev, le okvirne.

		Kutzler				
		KUI	KUI*	KUII	KUII*	KU∅
Kokol-Voljč	KO	✓ ? !	? !	? *	? *	* ¬
Jones & MacCrae	JM	!	!	✓	✓	¬
Mac Aogáin	M	0 1	0 1	1 2	1 2	¬
Herget et al.	T	+	+	+ ? -	+ ? -	-

Tabela 1: Primerjava razvrstitvenih razredov.

Poskusi klasifikacije nalog v razrede imajo pogosto še “stranski” učinek, ki pravzaprav ni povezan s samim procesom odločanja, do kakšne mere dovoliti uporabo SSR pri preverjanju znanja. Namreč, ko razvrščamo probleme v razrede, moramo dobro premisliti, kakšen je namen problema glede na proces preverjanja znanja, saj drugače razvrstitev ni možna. Ravno ta premislek pa nam pogosto pomaga pri samem oblikovanju izpitov - tudi, če uporabe SSR pri tem izpitu ne dovolimo.

Poglavje 3

OBRAVNAVA UPORABE SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE PRI REŠEVANJU MATURITETNIH NALOG

Pogledali si bomo naloge iz izbranega maturitetnega pisnega izpita ([[RIC, 1997a](#)]) in obravnavali uporabo SSR pri reševanju le-teh.¹ Za vsako nalogo posebej je navedeno:

- izvorno/prvotno besedilo naloge;
- opis namena naloge, ki temelji na točkovniku (vir [[RIC, 1997b](#)]), določenem za ta maturitetni izpit;
- rešitve naloge s pomočjo programov Mathematica 4.0, Derive 6.10 in Matlab 6.5, pri čemer smo poskušali uporabiti le osnovne prijeme v programih;
- razvrstitev naloge v razrede² v vrstnem redu iz tabele, navedene na koncu prejšnjega poglavja;
- obrazložitev uvrstitve, ali drugače rečeno, vrednost naloge z uporabo SSR, če upoštevamo njen namen ter
- predloge za spremembo naloge, če bi pri reševanju dovolili uporabo sistemov za simbolno računanje.

Po ločeni obravnavi nalog bomo izpit obravnavati tudi kot celoto.

¹Izbira izpita je bila več ali manj naključna in nikakor ne pomeni nekega splošno veljavnega vzorca.

²Pri razvrstitvi v razrede -T/+T/?T sem poskušala upoštevati definicijo “temeljnih veščin” iz vira [[Herget et al., 2000](#)].

3.1 Poskusni maturitetni pisni izpit iz matematike iz leta 1997

3.1.1 1. naloga

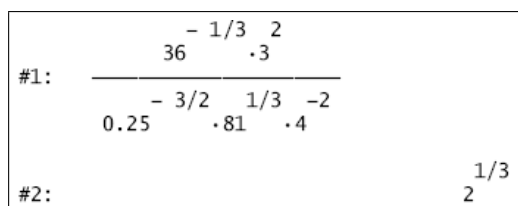
Izraz $\frac{36^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^2}{0,25^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{81} \cdot 4^{-2}}$ poenostavite do oblike $\sqrt[n]{m}$, ($n, m \in \mathbb{N}$).

(5 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna računati s potencami in koreni. Poleg tega je namen naloge tudi ugotoviti, ali kandidat zna izračunati vrednost izraza, ki vsebuje racionalne eksponente, ali zna končno decimalno število zapisati kot okrajšan ulomek ter ali zna racionalni eksponent zapisati v obliki korena in obratno.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Pri vnosu moramo vedeti, kako se uporabljajo eksponenti. Potrebno je tudi poznavanje strukture izraza.

Slika 2: Rešitve naloge 3.1.1.



#1:
$$\frac{36^{-1/3} \cdot 3^2}{0.25^{-3/2} \cdot 81^{1/3} \cdot 4^{-2}}$$

#2:
$$2^{1/3}$$

(a) Rešitev naloge v programu **Derive**. Pri vnosu moramo $\sqrt[3]{81}$ pretvoriti v $81^{1/3}$ in nato racionalni eksponent $1/3$ v rezultatu še sami pretvoriti v $\sqrt[3]{}$.

```
>> (36^(-1/3)*3^2)/(0.25^(-3/2)*81^(1/3)*4^(-2))

ans =

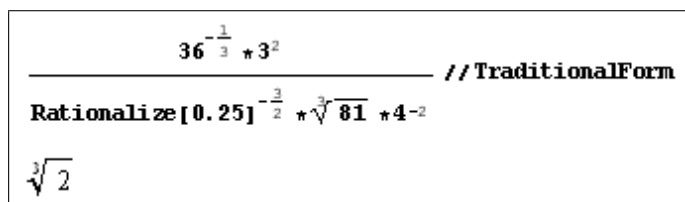
    1.2599

>> sym(ans^3)

ans =

    2
```

(b) Rešitev naloge v programu **Matlab**. Kot pri (a), le da nam preostane tudi ugibanje racionalnega eksponenta in uporaba funkcije **sym** za simbolični zapis rezultata, da preverimo, da res dobimo celo število.



$$\frac{36^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^2}{0.25^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{81} \cdot 4^{-2}}$$
 //TraditionalForm

Rationalize[0.25]^{-3/2} * $\sqrt[3]{81}$ * 4⁻²

$$\sqrt[3]{2}$$

(c) Rešitev naloge v programu **Mathematica**. Če želimo, da z ukazom **TraditionalForm** dobimo rešitev v zeleni obliki, moramo pri vnosu izraza najprej racionalizirati število 0,25 z ukazom **Rationalize**.

Uvrstitev: KUI/KUII, KO!, JM!, M0/M1, ?T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: V programu **Mathematica** je naloga skoraj trivialna, saj je potrebno le poznavanje prioritete računskih operacij in strukture izraza. Pri drugih dveh programih moramo uporabiti tudi znanje o racionalnih eksponentih in korenih. Reševanje naloge v programu **Matlab** se skoraj ne razlikuje od uporabe navadnega računalja, ki pa je dovoljeni pripomoček pri maturi. Pri uporabi navadnega računalja bi tudi morali ugibati, kateri racionalni eksponent vrne zeleno obliko rezultata. Uganiti števili n in m

ni zelo težko, ker že iz začetnega izraza lahko sklepamo, da bo osnova 2 ali pa 3 ter koren prav tako 2 ali pa 3.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Nalogo bi bilo potrebno spremeniti, če želimo izrecno preveriti, ali kandidat zna računati s potencami - primerno sešteti eksponente pri množenju faktorjev z eksponenti. Morda bi bil izraz lahko še bolj zapleten.

3.1.2 2. naloga

Ali točke $B(7, 4)$, $C(21, 10)$, $D(84, 37)$ ležijo na isti premici? Odgovor utemeljite.

(5 točk)

Namen naloge: Kandidat lahko nalogo reši na več načinov. S tem bodisi pokaže, da zna določiti enačbo premice skozi dve točki ter preveriti, ali dana točka leži na premici, bodisi, da zna problem prevesti na reševanje sistema linearnih enačb, bodisi da ve, da tri točke v splošnem določajo trikotnik in problem prevede na preverjanje, ali je ploščina trikotnika, ki ga sestavljajo dane točke, enaka 0, ali pa si pomaga s kolinearnostjo dveh vektorjev skozi dane tri točke.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Nalogo poskusimo rešiti na več načinov:

- i) s pomočjo speljave premice skozi vse tri točke: z uporabo programov za to ne potrebujemo posebnega matematičnega znanja;
- ii) s pomočjo reševanja sistema treh linearnih enačb z dvema neznankama (sistem je predeterminiran): za to moramo poznati enačbo premice in znati interpretirati rezultat;
- iii) z izračunom ploščine trikotnika, ki ga določajo tri točke: formula za ploščino trikotnika je navedena na izpitni poli;
- iv) s pomočjo določitve dveh vektorjev in ugotavljanja kolinearnosti le-teh. Na primer: preverimo, ali za vektorja $\overrightarrow{BC}$ med točkama B in C ter $\overrightarrow{CD}$ med točkama C in D velja $\overrightarrow{BC} = \alpha \cdot \overrightarrow{CD}$.

Nekateri od zgoraj naštetih načinov so bolj preprosti kot drugi. V programih **Mathematica** in **Derive** sem nalogo rešila tudi na bolj neobičajen način:

- v) s "fitanjem": za to moramo poznati ozadje prilagajanja krivulje 1. reda podatkom s pomočjo dveh prostih parametrov, kar pa je že bolj napredno znanje.

Slika 3: Rešitve naloge 3.1.2.

```
>> B = [7,4];
>> C = [21,10];
>> D = [84,37];
>> S = 1/2*abs((C(1)-B(1))*(D(2)-B(2))-(D(1)-B(1))*(C(2)-B(2)))

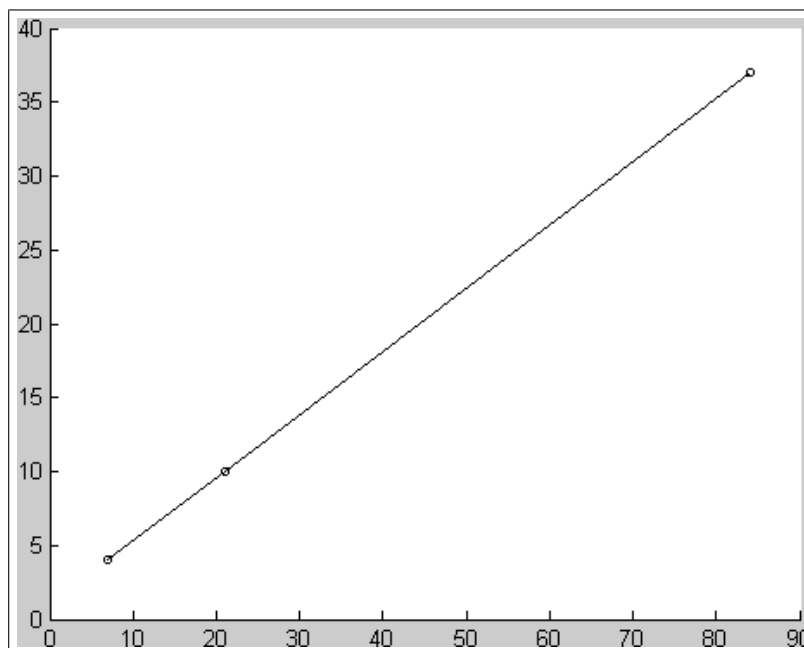
S =

0
```

(a) Rešitev naloge v programu Matlab na način iii).

(b) Rešitev naloge v programu Matlab na način i).

```
>> line([7,21,84],[4,10,37],'Color','k','Marker','o','MarkerSize',3)
```



(c) Rešitev naloge v programu Matlab na način ii).

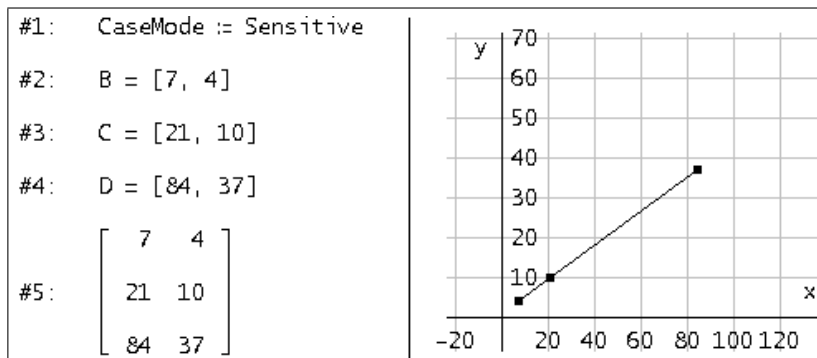
```
>> clear k n
>> syms k n
>> [k,n] = solve('4=k*7+n','10=k*21+n','37=k*84+n')
Warning: 3 equations in 2 variables.
```

k =
3/7
n =
1

<pre>>> clear A B C D >> B = [7,4]; >> C = [21,10]; >> D = [84,37]; >> BC = C - B BC = 14 6 >> CD = D - C CD = 63 27</pre>	<pre>>> alfa=solve('BC=alfa*CD') alfa = BC/CD >> sym(BC/CD) ans = 2/9</pre>
--	--

(d) Rešitev naloge v programu Matlab na način iv). Za številčni rezultat moramo uporabiti funkcijo sym.

(e) Rešitev naloge v programu Derive na način i).



(f) Rešitev naloge v programu Derive na način ii).

#1:	SOLVE([4 = k·7 + n, 10 = k·21 + n, 37 = k·84 + n], [k, n])
#2:	$\left[k = \frac{3}{7} \wedge n = 1 \right]$

(g) Rešitev naloge v programu Derive na način iii).

#1:	CaseMode := Sensitive
#2:	B = [7, 4]
#3:	C = [21, 10]
#4:	D = [84, 37]
#5:	$S = \frac{1}{2} \cdot (C \cdot 1 - B \cdot 1) \cdot (D \cdot 2 - B \cdot 2) - (D \cdot 1 - B \cdot 1) \cdot (C \cdot 2 - B \cdot 2) $
#6:	S = 0

(h) Rešitev naloge v programu Derive na način iv).

#1:	CaseMode := Sensitive
#2:	B := [7, 4]
#3:	C := [21, 10]
#4:	D := [84, 37]
#5:	BC := C - B
#6:	BC := [14, 6]
#7:	CD := D - C
#8:	CD := [63, 27]
#9:	SOLVE(BC = α·CD, α)
#10:	$\alpha = \frac{2}{9}$

(i) Rešitev naloge v programu Derive na način v). Če poskusimo premico prilagoditi vsem trem točkam, seveda ne dobimo zanesljivega rezultata. Zato premico prilagodimo dveh točkam in preverimo, ali tretja leži na dobljeni premici.

```
#1:  FIT  $\left[ [x, k \cdot x + n], \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 21 & 10 \\ 84 & 37 \end{bmatrix} \right]$ 
```

#2: $0.4285714285 \cdot x + 1$

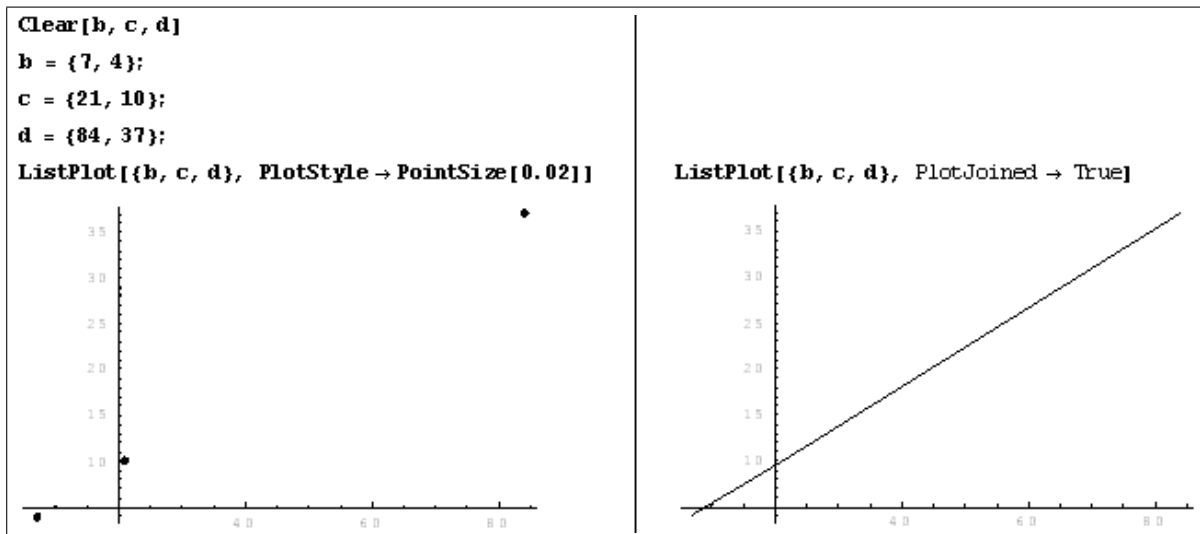
```
#3:  y = FIT  $\left( [x, k \cdot x + n], \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 21 & 10 \end{bmatrix} \right)$ 
```

#4: $y = \frac{3 \cdot x}{7} + 1$

#5: $x = 84$

#6: $y = 37$

(j) Rešitev naloge v programu Mathematica na način i). Uporabimo male tiskane črke, ker so nekatere velike rezervirane.



(k) Rešitev naloge v programu Mathematica na način iii).

```
Clear[x1, y1, x2, y2, x3, y3]
x1 = 7; y1 = 4;
x2 = 21; y2 = 10;
x3 = 84; y3 = 37;
SABCD = 1/2 Abs[(x2 - x1) * (y3 - y1) - (x3 - x1) * (y2 - y1)]
0
```

(l) Rešitev naloge v programu Mathematica na način ii).

```
Clear[k, n]
Solve[{4 == k * 7 + n, 10 == k * 21 + n, 37 == k * 84 + n}, {k, n}]
{{k -> 3/7, n -> 1}}
```

(m) Rešitev naloge v programu Mathematica na način iv).

```
Clear[b, c, d]
b = {7, 4};
c = {21, 10};
d = {84, 37};
BC = c - b

{14, 6}

CD = d - c

{63, 27}

Solve[BC ==  $\alpha$  * CD,  $\alpha$ ]

{{ $\alpha \rightarrow \frac{2}{9}$ }}
```

(n) Rešitev naloge v programu Mathematica na način v). Kot že rečeno pri sliki (i), premico prilagodimo le dvem točkam in nato preverimo, ali tretja leži na njej.

```
Clear[b, c, d]
b = {7, 4};
c = {21, 10};
d = {84, 37};
Clear[x, y]
y = Fit[{b, c}, {1, x}, x]

1. + 0.428571 x

(y /. x -> d[[1]]) == d[[2]]

True
```

Uvrstitev: KU II, KO ✓, JM ✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Pri tej nalogi je ključen začetni razmislek: izbor metode. Prvi način, ko le narišemo premico skozi točke, ni ravno pravi dokaz, je pa preprosto. Programi nam samo prihranijo risanje na roko, sicer pa ne spremenijo vrednosti naloge. Če se odločimo za reševanje sistema enačb (do tega pride tudi pri preverjanju kolinearnosti), nam programi zelo olajšajo delo. Če si izberemo način z izračunom ploščine trikotnika, je naloga trivialna, ne glede na to, ali uporabimo SSR, ali ne, saj je formula za ploščino trikotnika z danimi oglišči navedena na izpitni poli. Reševanje naloge s pomočjo SSR se tako ne razlikuje od uporabe navadnega računalja. Načina s "fitanjem" brez programov kandidati ne znajo izvesti. Namen je bil le prikazati možno orodje, ki je na razpolago pri SSR.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Ker je pri tej nalogi predvsem važna matematična iznajdljivost, spremembe niso potrebne.

3.1.3 3. naloga

V trapezu ABCD za osnovnici AB in CD velja $|AB| : |CD| = 5 : 3$, krak AD meri 4 cm. Nosilki krakov se sekata v točki S. Izračunajte dolžino daljice DS. Slika je obvezna.

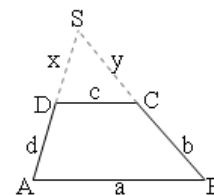
(5 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat pozna lastnosti trapeza, ali zna računati z razmerji, da zna uporabiti znanje o podobnih trikotnikih, rešiti linearno enačbo in uporabljati enote.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Narišemo sliko (tò lažje in hitreje storimo brez uporabe programov). Opazimo podobnost

trikotnikov $\triangle ABS \sim \triangle DCS$, kar pomeni, da velja $a : (d + x) = c : x$, ali drugače $\frac{a}{d+x} = \frac{c}{x}$. Vemo tudi, da velja $a : c = 5 : 3$, oziroma $a = \frac{5c}{3}$. Zadnjo enakost vstavimo v prvo enačbo, postavimo $d = 4\text{ cm}$ in dobimo linearno enačbo z neznanko x . Pri vnosih v programe spustimo enote.



Slika 4: Rešitve naloge 3.1.3.

(a) Rešitev naloge v programu Derive. Izberemo smiselno rešitev.

```
#1: d = 4
#2: a = 5/3 * c
#3: SOLVE([a/(d+x) = c/x], [x])
#4: [x = 6, x = ∞, x = -∞]
```

(b) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```
Clear[a, b, c, d, x]
Solve[{d == 4, a == 5/3 c, a/(d+x) == c/x}, x]
{{x -> 6}}
```

(c) Rešitev naloge v programu Matlab.

<pre>>> clear a c d x >> syms a c d x >> s = solve('d=4','a=5/3*c','a/(d+x)=c/x')</pre>	<pre>s = c: [1x1 sym] d: [1x1 sym] x: [1x1 sym]</pre>	<pre>>> s.x ans = 6</pre>
---	--	-----------------------------------

Uvrstitev: KU II, KO✓, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Da rešimo zastavljeni problem, moramo poznati vse potrebne zakonitosti. Če z nalogo želimo preveriti, ali se kandidat zna lotiti problema, uporaba SSR ne spremeni vrednosti naloge. Verjetno pa bi uporaba SSR le podaljšala čas reševanja, saj je enačba enostavno rešljiva. Kandidati bi jo tako hitreje rešili "peš", saj že sam vnos v SSR vzame skoraj več časa.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Spremembe niso potrebne, razen če želimo preveriti znanje reševanja linearnih enačb.

3.1.4 4. naloga

Za katero kompleksno število z velja $(2 + i)z - \bar{z} = 3 - 5i$?

(5 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna računati s kompleksnimi števili in reševati kompleksne enačbe ter zapisati kompleksno število v obliki $x + iy$ ali $re^{i\varphi}$.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: V vseh primerih velja, da enačbe ne moremo rešiti v dani obliki, ampak moramo upoštevati zapis $z = x + iy$.

Slika 5: Rešitve naloge 3.1.4.

(a) Rešitev naloge v programu Derive. Če poskusimo enačbo rešiti v dani obliki, ne dobimo rešitev. Po uvedbi $z = x + iy$ pa takoj dobimo rešitev.

```
#1:  z :∈ Complex
#2:  (2 + i)·z - CONJ(z) = 3 - 5·i
#3:  SOLVE((2 + i)·z - CONJ(z) = 3 - 5·i, z)
#4:                                     false
#5:  z = x + i·y
#6:  (2 + i)·(x + i·y) - CONJ(x + i·y) = 3 - 5·i
#7:  SOLVE((2 + i)·(x + i·y) - CONJ(x + i·y) = 3 - 5·i, [x, y], Real)
#8:                                     x = 1 ∧ y = -2
```

(b) Rešitev naloge v programu Mathematica. Tu uvedba $z = x + iy$ ne zadostuje, ampak je enačbo potrebno še razdeliti v dve realni enačbi in uporabiti ukaz `ComplexExpand`, da sploh dobimo rešitev.

```
Clear[leva, desna, x, y]
leva = (2 + i) (x + i y) - Conjugate[x + i y];
desna = 3 - 5 i;
Solve[{ComplexExpand[Re[leva]] == Re[desna], ComplexExpand[Im[leva]] == Im[desna]}, {x, y}]
{{x -> 1, y -> -2}}
```

(c) Rešitev naloge v programu Matlab. Velja podobno, kot pri reševanju s pomočjo programa Mathematica.

>> clear x y i z leva desna	x =
>> syms x y real	
>> syms z leva desna complex	1
>> z = x + i*y;	
>> leva = (2+i)*z-conj(z);	
>> desna = sym(3)-5*i;	y =
>> [x,y]=solve(simplify(real(leva))-real(desna), ... simplify(imag(leva))-imag(desna))	-2

Uvrstitev: KUII/KUII*, KO?, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Brez osnovnega znanja o kompleksnih številih te naloge ne moremo rešiti. Še posebej to velja, če uporabljamo programa Matlab ali Mathematica. Če preverjamo le, ali kandidat pozna postopke reševanja takih enačb, je SSR le v pomoč in ne vpliva na vrednost naloge. Če pa nas zanimajo tudi algebrske sposobnosti kandidata pri reševanju takih enačb, naloga ob uporabi SSR ni primerna.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Spremembe niso potrebne, kadar preverjamo temeljno znanje o kompleksnih številih in sposobnost izvedbe ključnih korakov postopka. V nasprotnem primeru bi bilo potrebno nalogo popolnoma spremeniti.

3.1.5 5. naloga

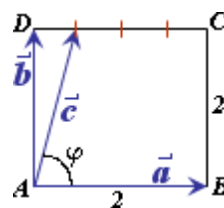
Kvadrat $ABCD$ ima stranico dolžine 2. Točka M deli stranico DC v razmerju $|DM| : |MC| = 1 : 3$. Izrazite vektor $\overrightarrow{AM}$ z vektorjema $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ter izračunajte $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$. Narišite sliko.

(6 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna računati z razmerji in dolžinami, pozna pojme vektor, velikost vektorja in skalarni produkt ter zna nek vektor izraziti z danima nekolinearnima vektorjema.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Narišemo sliko (to lažje in hitreje storimo brez uporabe programov). Pri risanju slike mora biti približno razvidno razmerje delitve stranice DC (kandidat mora poznati ta pojem). Označimo vektor $\overrightarrow{AM}$ s $\vec{c}$. Iz slike razberemo, da velja $\vec{c} = \vec{b} + \frac{\vec{a}}{4}$.



Izračun $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{c} \cdot \vec{a}$ lahko izvedemo na več načinov:

- i) uporabimo distributivnost v izrazu $(\vec{b} + \frac{\vec{a}}{4}) \cdot \vec{a}$ ter dejstvi $\vec{a} \cdot \vec{a} = 4$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$;
 - ii) uporabimo komutativnost in definicijo skalarnega produkta: $\vec{c} \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot \text{proj}_{\vec{a}} \vec{c}$, pri čemer iz slike razberemo, da je $\text{proj}_{\vec{a}} \vec{c} = \frac{1}{2}$;
 - iii) predstavljamo si izhodišče koordinatnega sistema v točki A . Potem lahko uporabimo $\vec{a} = (2, 0)$ in $\vec{b} = (0, 2)$;
 - iv) uporabimo drugo definicijo skalarnega produkta: $\vec{c} \cdot \vec{a} = c \cdot a \cos \varphi$ ter, da je $\cos \varphi = \frac{a}{c}$.
- Nalogo rešimo na način iii).

Slika 6: Rešitve naloge 3.1.5.

(a) Rešitev naloge v programu Derive na način iii).

```
#1:  a = [2, 0]
#2:  b = [0, 2]
#3:  c = b + a/4
#4:  c.a
#5:  1
```

(b) Rešitev naloge v programu Mathematica na način iii).

```
Clear[a, b, c]
a = {2, 0};
b = {0, 2};
c = b + a/4;
c.a
1
```

(c) Rešitev naloge v programu Matlab na način iii).

```
>> a = [2,0];
>> b = [0,2];
>> c=b+a/4;
>> dot(c,a)

ans =

1
```

Uvrstitev: KUI, KO?, JM✓/JM!, M1, ?T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Že pri risanju slike in izražavi vektorja $\vec{c}$ z vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ se pokaže večina kandidatovega razumevanja naloge. Če pa nas zanima še, ali kandidat zna izračunati skalarni produkt, naloga ob uporabi SSR izgubi na vrednosti.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če želimo preveriti večino izračuna skalarnega produkta dveh vektorjev, moramo nalogo spremeniti.

3.1.6 6. naloga

Katera točka na premici z enačbo $y = x + 1$ je najbližja točki $A(3,0)$? Narišite sliko in izračunajte koordinati te točke.

(6 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna narisati graf premice in poiskati točko na premici, ki ustreza danim zahtevam.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Za risanje slike s pomočjo programov ne potrebujemo posebnega znanja. Nadaljnje reševanje problema pa zahteva izbiro načina reševanja (označimo z B točko presečišča premice in abscise):

- i) s pomočjo pravokotnice;
- ii) s pomočjo pravokotnice v vektorskem zapisu;
- iii) na podlagi ugotovitve, da A , B in iskana točka določajo enakokrak trikotnik;
- iv) s pomočjo projekcije vektorja $\overrightarrow{BA}$ na smerni vektor pravokotnice;
- v) s stališča ekstremalnega problema.

Rešimo nalogo na prvi in zadnji način.

Slika 7: Rešitve naloge 3.1.6.

(a) Rešitev naloge v programu Matlab na način i). Koordinatni osi moramo narisati sami.

```
>> a=[3,0];
>> syms x y
>> % Enačba pravokotnice:
>> y=a(2)

ans =

y

>> -1*(x-a(1))

ans =

-x+3

>> % Presečišče premice in pravokotnice:
>> [x,y]=solve('x+1=-x+3','y=x+1')

x =

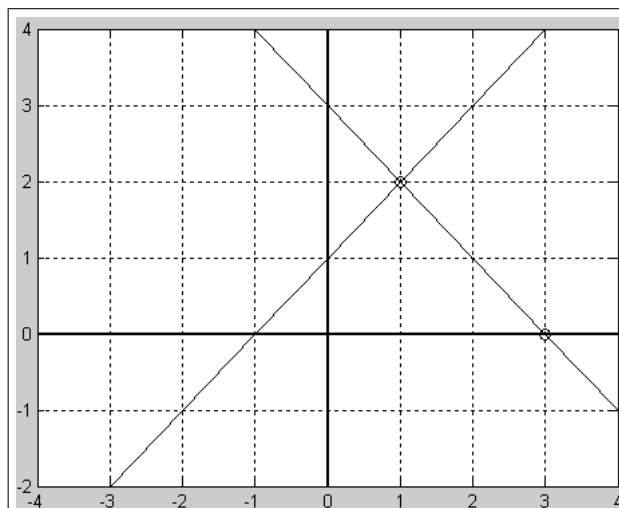
1

y =

2

>> p=[1,2];
```

```
>> % Slika:
>> x=-4:1:4;
>> y=x+1;
>> y1=-x+3;
>> plot(x,y,'-k',x,y1,'-k',a(1),a(2),'-ko',...
    p(1),p(2),'-ko')
>> grid on
>> ylim([-2,4])
>> line([-4,4],[0,0],'Color','k','LineWidth',2)
>> line([0,0],[-4,4],'Color','k','LineWidth',2)
```



(b) Rešitev naloge v programu Matlab na način v).

```
>> % Slika:
>> a=[3,0];
>> x=-4:1:4;
>> y=x+1;
>> plot(x,y,'-k',a(1),a(2),'-ko')
>> hold on
>> grid on
>> ylim([-2,4])
>> line([-4,4],[0,0],'Color','k','LineWidth',2)
>> line([0,0],[-4,4],'Color','k','LineWidth',2)

>> % Minimum razdalje med točko A in premico:
>> clear x y d
>> syms x y d
>> y=x+1;
>> d=sqrt((x-a(1))^2+(y-a(2))^2);
>> Dd=simplify(diff(d,'x'));
>> [x,y]=solve(Dd,'y=x+1')

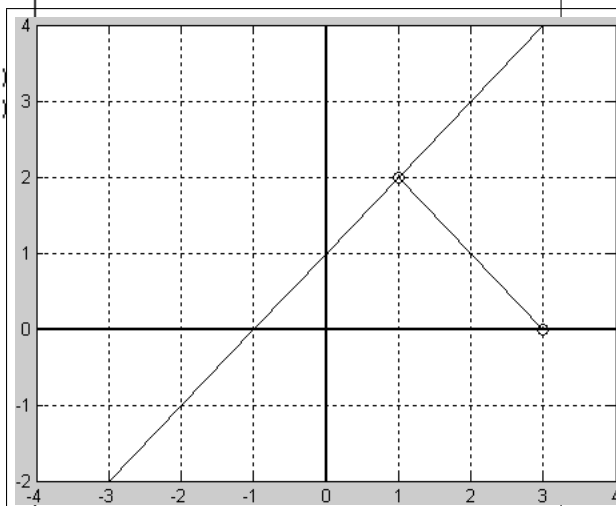
x =

1

y =

2
```

```
>> % Slika:
>> line([a(1),1],[a(2),2],'Color','k')
>> plot(1,2,'-ko')
>> hold off
```



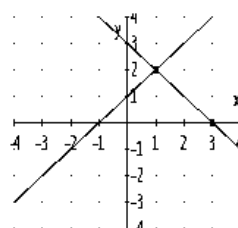
```
#1: a := [3, 0]
#2: y(x) := x + 1
Razdalja med točko A in premico:
#3: d(x) := √((a₁ - x)² + (a₂ - y(x))²)
#4:
Minimum:
#5: dd(x) := d/dx d(x)
#6:
#7: SOLVE([dd(x) = 0], [x])
#8:
#9: y(1)
#10:
Iskana točka:
#11: p = [1, 2]
```

$$d(x) := \sqrt{2} \cdot \sqrt{(x^2 - 2 \cdot x + 5)}$$

$$dd(x) := \frac{\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2}}{\sqrt{(x^2 - 2 \cdot x + 5)}}$$

$$[x = 1]$$

$$2$$



(c) Rešitev naloge v programu Derive na način v).

#1: $a := [3, 0]$

Enačba pravokotnice:

$$\#2: \quad y - \frac{a}{2} = -1 \cdot \frac{(x - a)}{1}$$

#3:

$$y = 3 - x$$

Presečišče premice in pravokotnice:

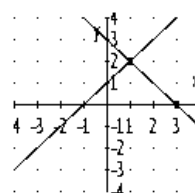
#4: $\text{SOLVE}([y = x + 1, y = -x + 3], [x, y])$

#5:

$$[x = 1 \wedge y = 2]$$

Iskana točka:

#6: $p := [1, 2]$



(d) Rešitev naloge v programu Derive na način i).

Clear [a, x, y, p]

a = {3, 0};

Enačba pravokotnice:

Simplify [(y - a[[2]]) == -1 (x - a[[1]])]

x + y == 3

Presečišče premice in pravokotnice:

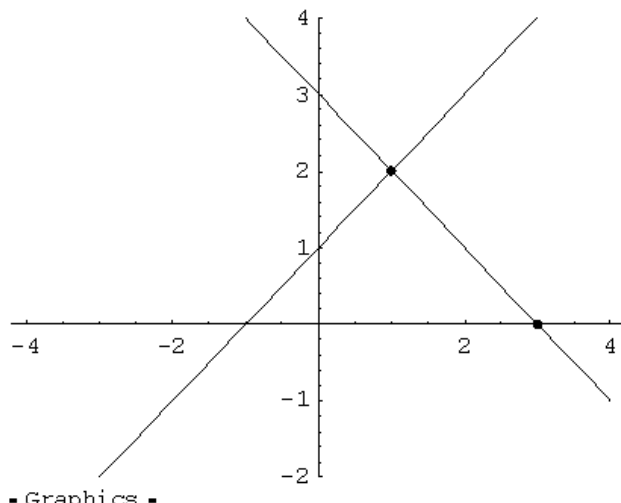
Solve [{x + 1 == -x + 3, y == x + 1}, {x, y}]

{ {x -> 1, y -> 2} }

p = {1, 2};

Slika:

Show [Plot [x + 1, {x, -4, 4}, DisplayFunction -> Identity],
Plot [-x + 3, {x, -4, 4}, DisplayFunction -> Identity],
Graphics [{PointSize [0.02], Point [a], Point [p]}],
PlotRange -> {-2, 4}, AspectRatio -> 3 / 4,
DisplayFunction -> \$DisplayFunction]

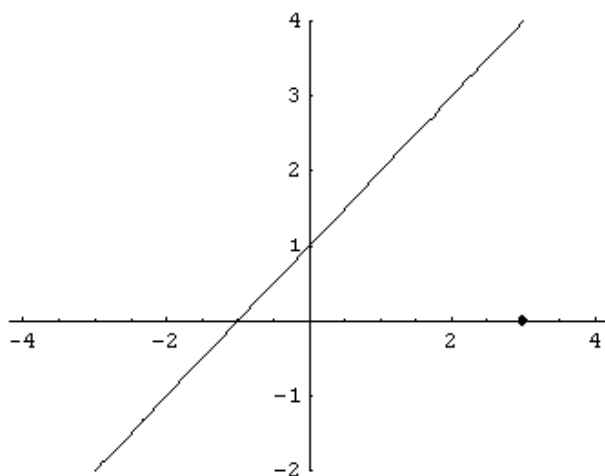


Graphics

(e) Rešitev naloge v programu Mathematica na način i). Risanje zahteva napredno znanje uporabe programa.

Slika:

```
Clear[a, x, y, d, d']
a = {3, 0};
y[x_] := x + 1
Show[Plot[y[x], {x, -4, 4}, DisplayFunction -> Identity],
Graphics[{PointSize[0.02], Point[a]}], PlotRange -> {-2, 4},
AspectRatio -> 3/4, DisplayFunction -> $DisplayFunction]
```



• Graphics •

Minimum razdalje med točko A in premico:

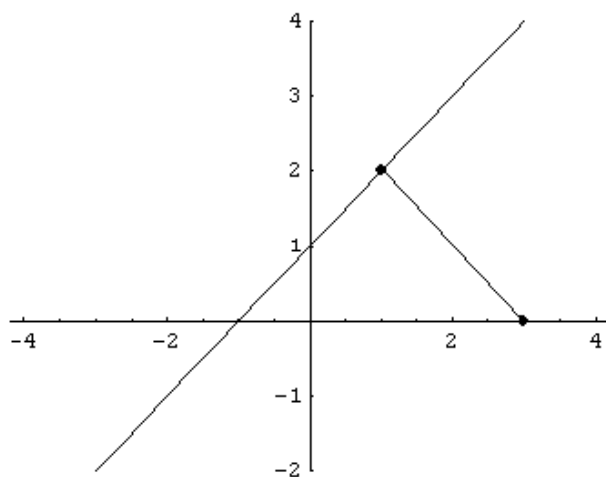
```
d[x_] := Sqrt[(x - a[[1]])^2 + (y[x] - a[[2]])^2];
d' = D[d[x], x];

Solve[{d' == 0, y == x + 1}, {x, y}]

{{x -> 1, y -> 2}}
```

Slika:

```
p = {1, 2};
Show[Plot[x + 1, {x, -4, 4}, DisplayFunction -> Identity],
Graphics[{PointSize[0.02], Point[a], Point[p], Line[{a, p}]}],
PlotRange -> {-2, 4}, AspectRatio -> 3/4,
DisplayFunction -> $DisplayFunction]
```



• Graphics •

(f) Rešitev naloge v programu Mathematica na način v).

Uvrstitev: KU^{II}*, KO?, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Kandidat ob uporabi SSR ne pokaže znanja risanja premice. Vendar pa je lahko risanje slike s pomočjo SSR zapleteno (posebej v programu Mathematica) in vzame veliko več časa kot risanje na roko. To velja pri vseh načinih reševanja. Za naslednji korak je potreben razmislek, s katerim se pokaže razumevanje naloge. Možni načini reševanja so različni. Nekateri so bolj preprosti kot drugi. Če izberemo tretji način reševanja, si nalogo zelo poenostavimo in problem hitreje rešimo brez pomoči SSR.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če želimo preveriti iznajdljivost kandidata, so, glede na množico načinov reševanja, spremembe nepotrebne. Če pa želimo preveriti tudi, ali kandidat zna narisati premico, je potrebno nalogo spremeniti.

3.1.7 7. naloga

Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$. Izračunajte kot, pod katerim ta graf seka abscisno os. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

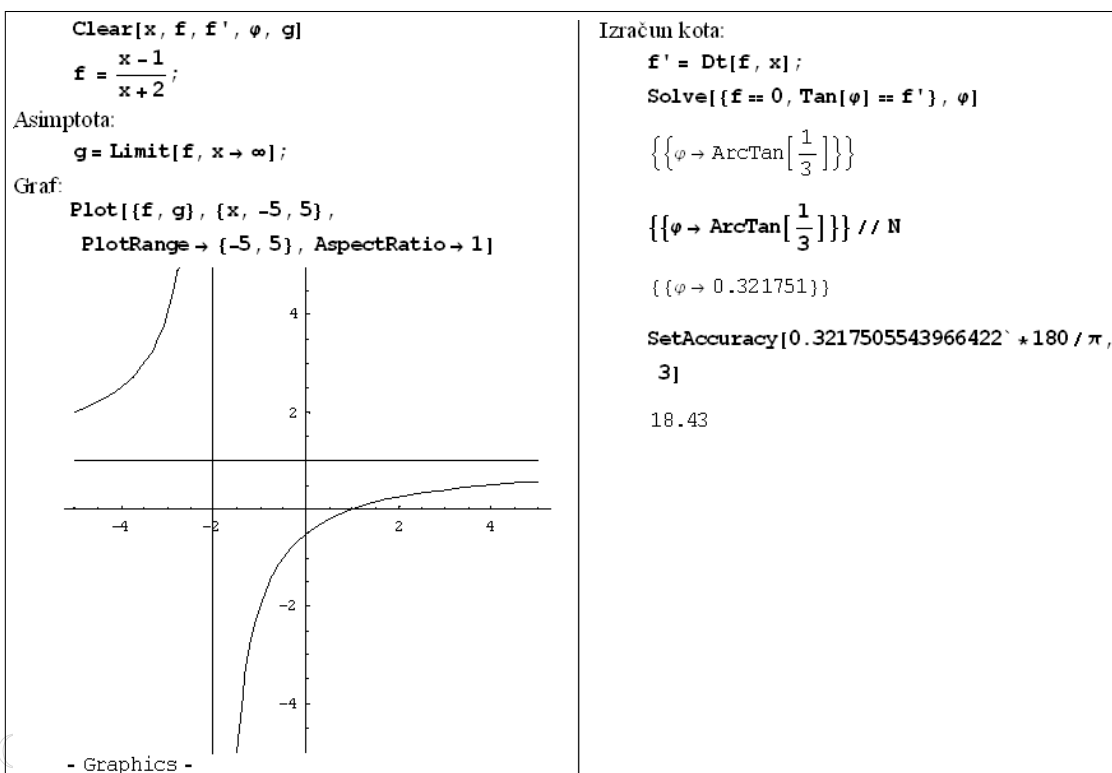
(6 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna narisati racionalno funkcijo (približno določiti potek funkcije s pomočjo izračuna ničel, polov in asimptote) ter ali pozna geometrijski pomen odvoda, to je njegovo povezavo z diferenčnim količnikom ter tangensom naklonskega kota. Na koncu kandidat pokaže tudi, ali zna računati z določeno natančnostjo.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Slika 8: Rešitve naloge 3.1.7.

(a) Rešitev naloge v programu Mathematica. Program pri risanju funkcije sam nariše lego pola, asimptoto pa moramo dodati sami. V programu Mathematica rezultat najlažje pretvorimo v ° kar z uporabo faktorja $\frac{180}{\pi}$.



(b) Rešitev naloge v programu **Derive**. Pri risanju funkcije moramo lego pola in asimptote dodati sami. Da dobimo rešitev v kotnih stopinjah, ni dovolj ukaz **Angle:=Degree**. Analitična rešitev namreč vsebuje kotno funkcijo arkustangens v obliki **ATAN**, ki rezultat vedno vrne v radianih, ne glede na nastavitve. V rešitvi moramo **ATAN** prepisati v **ARCTAN**, ki rezultat vrne v °. Program vrne več rešitev. Med njimi moramo sami izbrati pravo.

#1: $f(x) := \frac{x - 1}{x + 2}$

Asimptota:

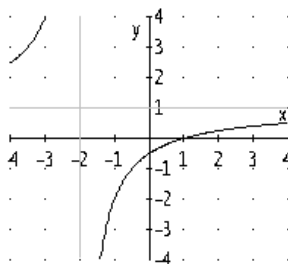
#2: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) := \frac{x - 1}{x + 2}$

#3:

$$f(\text{inf}) := 1$$

Pol:

#4: $x = -2$



Izračun kota:

#5: **CaseMode** := Sensitive

#6: $Df(x) := \frac{d}{dx} f(x)$

#7:

$$Df(x) := \frac{3}{(x + 2)^2}$$

#8: **Angle** := Degree

#9: **SOLVE**([$f(x) = 0$, $Df(x) = \text{TAN}(\phi)$], [x , ϕ])

#10: $\left[x = 1 \wedge \phi = \text{ATAN}\left(\frac{1}{3}\right), x = 1 \wedge \phi = \text{ATAN}\left(\frac{1}{3}\right) + 180^\circ, x = 1 \wedge \phi = \text{ATAN}\left(\frac{1}{3}\right) + (-180)^\circ \right]$

#11: $\left[x = 1 \wedge \phi = \text{ARCTAN}\left(\frac{1}{3}\right), x = 1 \wedge \phi = \text{ARCTAN}\left(\frac{1}{3}\right) + 180^\circ, x = 1 \wedge \phi = \text{ARCTAN}\left(\frac{1}{3}\right) + (-180)^\circ \right]$

#12: **PrecisionDigits** := 4

#13: **NotationDigits** := 4

#14: $[x = 1 \wedge \phi = 18.43, x = 1 \wedge \phi = 21.57, x = 1 \wedge \phi = 15.29]$

(c) Rešitev naloge v programu Matlab. Koordinatni osi moramo narisati sami. Kot v programu Mathematica, tudi tu velja, da program sam nariše pol, asimptote pa ne. Problem moramo reševati bolj postopoma kot z ostalima dvema programoma. Neposredni ukaz `s=solve('Df=k','f=0')` ne da rešitve, prav tako ne ukaz `s=solve('1/(x+2)-(x-1)/(x+2)^2=k','f=0')`. Rezultat sami pretvorimo v $^{\circ}$.

```
>> % Graf funkcije:
>> fplot(' (x-1)/(x+2)', [-6,6], '-k')
>> hold on
>> grid on
>> % Koordinatni osi:
>> ylim([-6,6])
>> line([0,0],[-6,6], 'Color','k','LineWidth',2)
>> line([-6,6],[0,0], 'Color','k','LineWidth',2)

>> % Izračun asimptote:
>> clear x f Df g
>> syms x f
>> f=(x-1)/(x+2);
>> g=limit(f,inf)

g =

1

>> % Izris asimptote:
>> line([-6,6],[1,1], 'Color','k','LineStyle','--')

>> solve(f)

ans =

1
```

```
>> % Izračun kota:
>> Df = diff(f)

Df =

1/(x+2)-(x-1)/(x+2)^2

>> s=solve('1/(x+2)-(x-1)/(x+2)^2=k','x=1')

s =

k: [1x1 sym]
x: [1x1 sym]

>> s.k

ans =

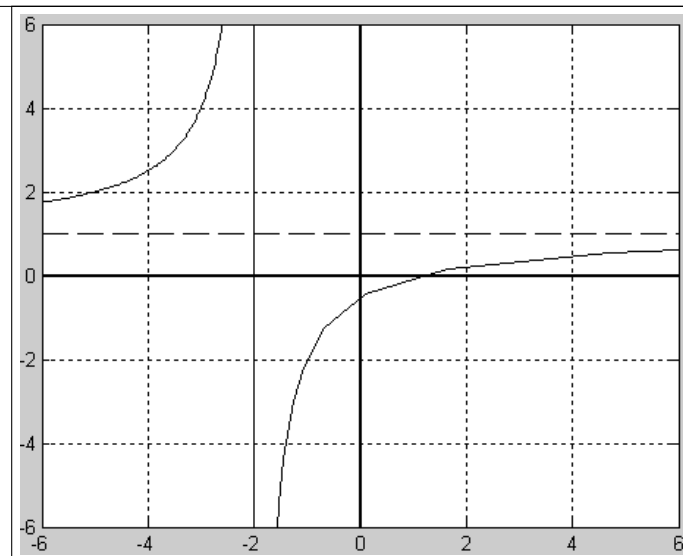
1/3

>> vpa(atan(1/3)*180/pi,4)

ans =

18.43

>> hold off
```



Uvrstitev: KUII, KO?, JM!/JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Programi risanje v veliki meri poenostavijo. Sami pa moramo narisati asimptoto in v programu Derive tudi pol. Kandidat mora torej poznati pojma asimptote in pola. Preostali del naloge od kandidata zahteva razmislek in matematično znanje, da uvidi postopek do rešitve. SSR pri določanju strategije reševanja ni

v pomoč, olajša pa posamezne korake, kot so izračun odvoda funkcije, reševanje enačb in končno zaokrožitev. Program **Derive** nam prihrani tudi pretvorbo v ° (kar nam omogoča tudi dovoljeno računalno), vendar vrne več rešitev. Tako mora kandidat še razmisliti, katera je prava.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če bi preverjali le strategijo reševanja, spremembe ne bi bile potrebne. Vendar pa sta risanje grafa in zaokroževanje tudi pomembna dela naloge. Zato naloga ni uporabna v tej obliki, še posebej, če preverjamo tudi znanje odvajanja funkcij ter znanje reševanja linearnih enačb.

3.1.8 8. naloga

Rešite enačbo $\frac{4^{x+2}-4^x}{4^{x+1}+8} = 3$. Rešitev zapišite v obliki ulomka.

(5 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna reševati elementarne transcendentne enačbe.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Slika 9: Rešitve naloge 3.1.8.

(a) Rešitev naloge v programu Matlab.

```
>> x=solve(' (4^(x+2)-4^x)/(4^(x+1)+8)=3 ')
x =
log(8)/log(4)
>> simplify(x)
ans =
3/2
```

(b) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```
Clear[x]
Solve[ $\frac{4^{x+2}-4^x}{4^{x+1}+8} == 3, x]$ 
{{x ->  $\frac{3}{2}$ }}
```

(c) Rešitev naloge v programu Derive.

```
#1: SOLVE  $\left[ \frac{4^{x+2}-4^x}{4^{x+1}+8} = 3, x, \text{Real} \right]$ 
#2:  $x = \frac{3}{2}$ 
```

Uvrstitev: KUII, KO!, JM!, M0, -T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Pri vnosu je potrebno poznavanje strukture izraza, vendar pa je kljub temu ob uporabi SSR naloga povsem trivialna.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če želimo, da bo izpolnjen namen naloge, moramo zahtevati celoten postopek reševanja enačbe: prevod v algebrsko enačbo in vse vmesne korake pri reševanju enačbe.

3.1.9 9. naloga

V posodi je 60% rdečih in 40% modrih bonbonov; 30% rdečih in 15% modrih bonbonov je čokoladnih. V posodi je 60 čokoladnih bonbonov. Izračunajte, koliko je vseh bonbonov.

(6 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna uporabljati procentni račun.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Problem prevedemo v matematični jezik in uvedemo oznake. Šele nato si lahko pomagamo s programi. Naj bo n število vseh bonbonov, r število rdečih bonbonov, m število modrih in c število čokoladnih bonbonov. Potem se navodilo glasi:

$$\begin{aligned} r &= 0.6n, m = 0.4n & ; & \quad c = 0.3r + 0.15m \\ c &= 60 \\ n &= ? \end{aligned}$$

Slika 10: Rešitve naloge 3.1.9.

(a) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```
Clear[r, m, n, c]
Solve[{r == 0.6 * n, m == 0.4 * n, c == 0.3 * r + 0.15 * m, c == 60}, n]
{{n -> 250.}}
```

(b) Rešitev naloge v programu Matlab.

```
>> clear r m n c
>> syms r m n c
>> s=solve('r=0.6*n','m=0.4*n','c=0.3*r+0.15*m','c=60')

s =

      c: [1x1 sym]
      m: [1x1 sym]
      n: [1x1 sym]
      r: [1x1 sym]

>> s.n

ans =

250.
```

(c) Rešitev naloge v programu Derive.

```
#1: SOLVE([r = 0.6*n, m = 0.4*n, c = 0.3*r + 0.15*m, c = 60], [c, m, n, r])
#2: [c = 60 ^ m = 100 ^ n = 250 ^ r = 150]
```

Uvrstitev: KUII, KO✓, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Če kandidat ne zna računati z odstotki, mu možnost uporabe SSR nič ne koristi. Problem je najprej potrebno zapisati v matematični obliki. Dobimo zelo preprost sistem enačb, ki ga hitreje rešimo brez uporabe SSR.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če ne preverjamo sposobnosti reševanja sistema enačb, spremembe niso potrebne.

3.1.10 10. naloga

Dana je funkcija $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$. Narišite grafa funkcij $f(x)$ in $|f(x)|$ za $x \in [-3\pi, 3\pi]$.

(7 točk)

Opomba: Pod besedilom naloge sta pripravljena še dva koordinatna sistema (eden z napisom $y = f(x)$, drugi z $y = |f(x)|$) na intervalu $x \in [-3\pi, 3\pi]$, $y \in [-6, 6]$. Pri risanju s pomočjo programov bomo zato poskušali uporabiti enak izgled koordinatnih sistemov.

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna narisati funkcijo oblike $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$ ter njeno absolutno vrednost.

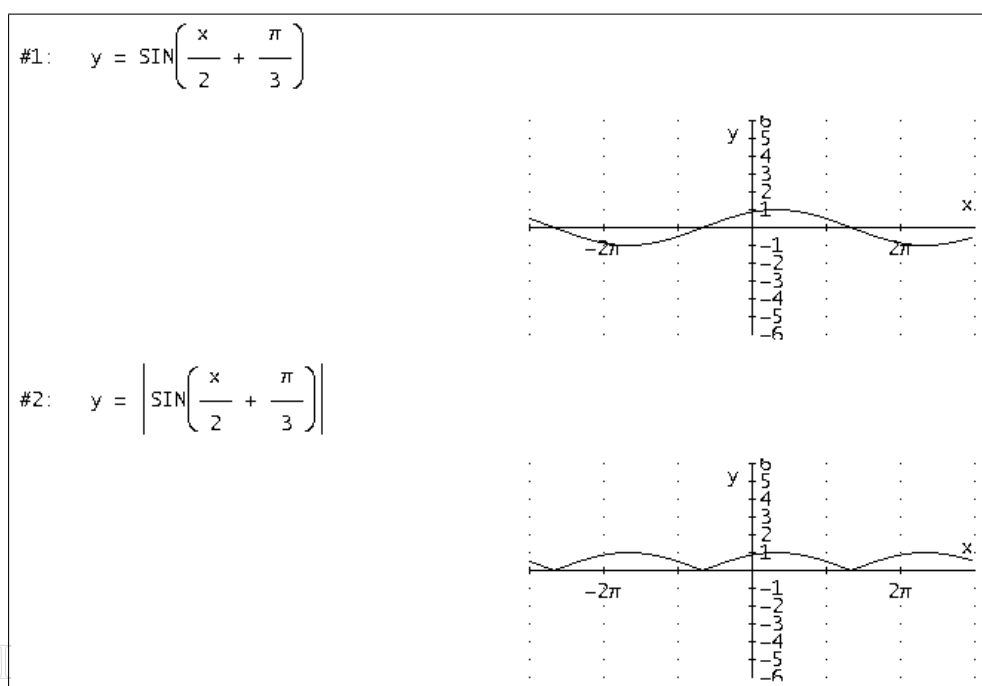
Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Funkcijo $f(x)$ lahko narišemo na dva načina:

- i) s pomočjo raztegov in premikov funkcije $\sin(x)$;
- ii) s pomočjo ničel in stacionarnih točk funkcije $f(x)$.

Z uporabo SSR nalogo najhitreje rešimo na način ii). V programih Matlab in Mathematica se moramo potruditi, da dobimo grafa na ustreznem intervalu in z označbami pri večkratnikih števila π .

Slika 11: Rešitve naloge 3.1.10.

(a) Rešitev naloge v programu Derive.



(b) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```
Clear[f, x]
```

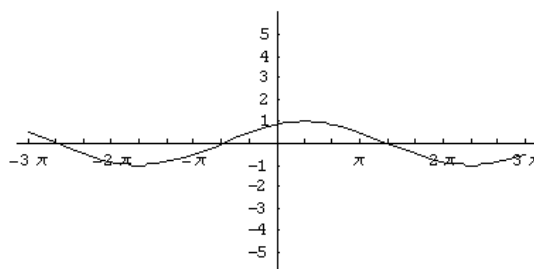
```
f = Sin[ $\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}$ ];
```

```
Range[-3  $\pi$ , 3  $\pi$ ,  $\pi/3$ ]
```

```
{-3  $\pi$ , - $\frac{8\pi}{3}$ , - $\frac{7\pi}{3}$ , -2  $\pi$ , - $\frac{5\pi}{3}$ , - $\frac{4\pi}{3}$ , - $\pi$ , - $\frac{2\pi}{3}$ ,  
- $\frac{\pi}{3}$ , 0,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $\frac{2\pi}{3}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{4\pi}{3}$ ,  $\frac{5\pi}{3}$ , 2  $\pi$ ,  $\frac{7\pi}{3}$ ,  $\frac{8\pi}{3}$ , 3  $\pi$ }
```

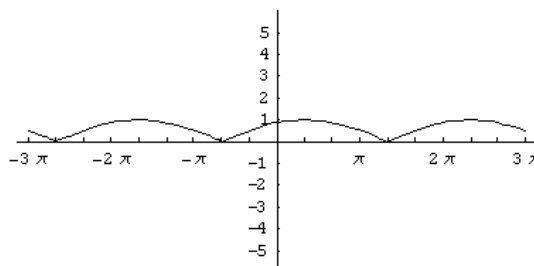
```
ticks = {{-3  $\pi$ , -3  $\pi$ }, {- $\frac{8\pi}{3}$ , ""}, {- $\frac{7\pi}{3}$ , ""},  
{-2  $\pi$ , -2  $\pi$ }, {- $\frac{5\pi}{3}$ , ""}, {- $\frac{4\pi}{3}$ , ""}, {- $\pi$ , - $\pi$ },  
{- $\frac{2\pi}{3}$ , ""}, {- $\frac{\pi}{3}$ , ""}, {0, ""}, { $\frac{\pi}{3}$ , ""}, { $\frac{2\pi}{3}$ , ""},  
{ $\pi$ ,  $\pi$ }, { $\frac{4\pi}{3}$ , ""}, { $\frac{5\pi}{3}$ , ""}, {2  $\pi$ , 2  $\pi$ }, { $\frac{7\pi}{3}$ , ""},  
{ $\frac{8\pi}{3}$ , ""}, {3  $\pi$ , 3  $\pi$ }};
```

```
Plot[f, {x, -3  $\pi$ , 3  $\pi$ }, PlotRange → {-6, 6},  
AspectRatio → 0.5, Ticks → {ticks, Range[-5, 5, 1]}]
```



- Graphics -

```
Plot[Abs[f], {x, -3  $\pi$ , 3  $\pi$ }, PlotRange → {-6, 6},  
AspectRatio → 0.5, Ticks → {ticks, Range[-5, 5, 1]}]
```



- Graphics -

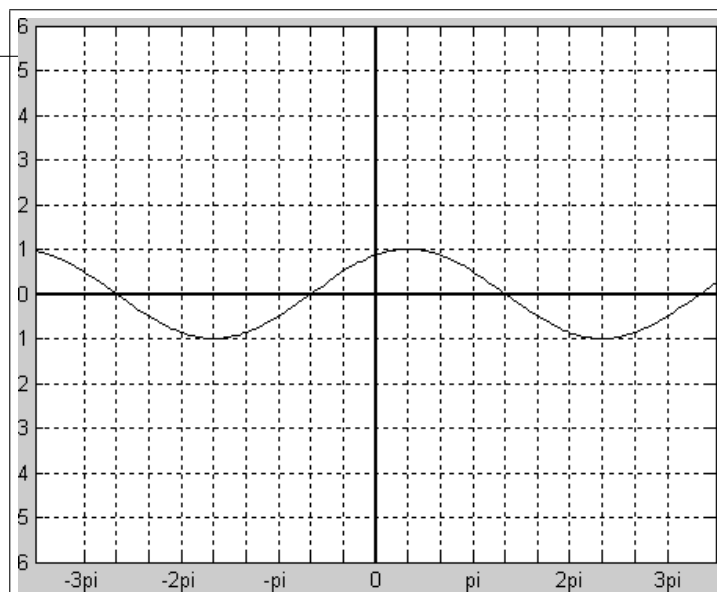
(c) Rešitev naloge v programu Matlab.

```
f = inline('sin(x/2+pi/3)','x')

f =

    Inline function:
    f(x) = sin(x/2+pi/3)

>> fplot(f,[-3.5*pi,3.5*pi],'-k')
>> grid on
>> ylim([-6,6])
>> set(gca,'ytick',-6:1:6)
>> set(gca,'xtick',-3*pi:pi/3:3*pi)
>> set(gca,'xticklabel',...
{'-3pi',' ',' ','-2pi',' ',' ','...
'-pi',' ',' ','0',' ',' ','pi',...
' ',' ','2pi',' ',' ','3pi'})
>> line([-4*pi,4*pi],[0,0],'Color','k','LineWidth',2)
>> line([0,0],[-4*pi,4*pi],'Color','k','LineWidth',2)
```

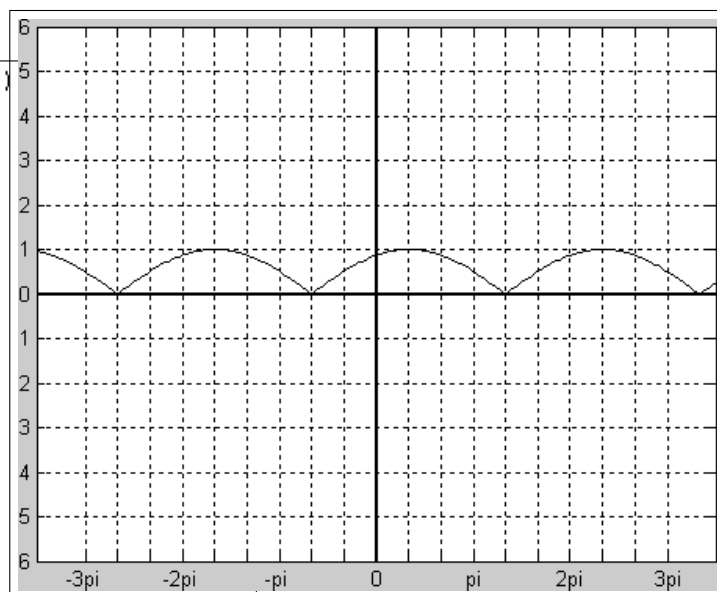


```
y = inline('abs(sin(x/2+pi/3))','x')

y =

    Inline function:
    y(x) = abs(sin(x/2+pi/3))

>> fplot(y,[-3.5*pi,3.5*pi],'-k')
>> grid on
>> ylim([-6,6])
>> set(gca,'ytick',-6:1:6)
>> set(gca,'xtick',-3*pi:pi/3:3*pi)
>> set(gca,'xticklabel',...
{'-3pi',' ',' ','-2pi',' ',' ','...
'-pi',' ',' ','0',' ',' ','pi',...
' ',' ','2pi',' ',' ','3pi'})
>> line([-4*pi,4*pi],[0,0],'Color','k','LineWidth',2)
>> line([0,0],[-4*pi,4*pi],'Color','k','LineWidth',2)
```



Uvrstitev: KUII, KO!, JM!, M1, ?T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Naloga z uporabo SSR nima pomena, saj se pokaže le sposobnost uporabe programov. Še posebej to velja, ker lahko iz grafa preprosto razberemo ničle in stacionarne točke.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če želimo preveriti poznavanje osnovnih lastnosti dane kotne funkcije, moramo nalogo povsem preoblikovati - npr. v obliko, ko je graf podan, kandidat pa mora rekonstruirati ustrezen zapis.

3.1.11 11. naloga

Točko $A(1,0)$ zavrtimo po krožnici z enačbo $x^2 + y^2 = 1$ okoli koordinatnega izhodišča za kote:

a) 1860°

b) $\frac{43\pi}{4}$

c) $-\frac{25\pi}{3}$.

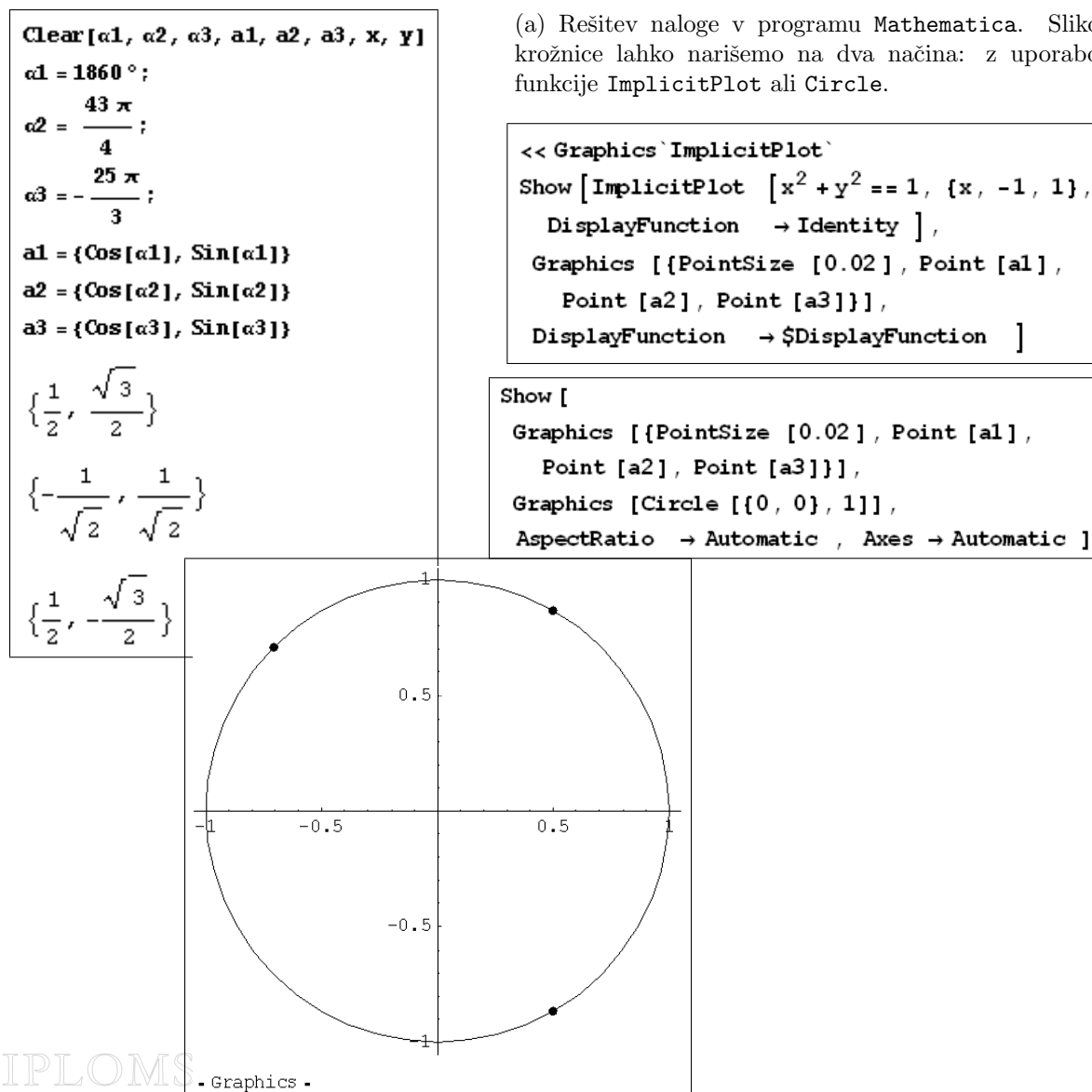
Zapišite točne vrednosti koordinat dobljenih točk A_1, A_2, A_3 .

(7 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat pozna enotsko krožnico ter njen pomen v povezavi s kotnimi funkcijami.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Narisali smo tudi sliko.

Slika 12: Rešitve naloge 3.1.11.



(b) Rešitev naloge v programu Matlab. Uporabimo funkcijo `sym`, da dobimo lepši izpis rezultata.

```
>> fi1=sym(1860)*pi/180;
>> fi2=sym(43)*pi/4;
>> fi3=-sym(25)*pi/3;
>> a1=[cos(fi1),sin(fi1)]

a1 =

[ 1/2, 1/2*3^(1/2)]

>> a2=[cos(fi2),sin(fi2)]

a2 =

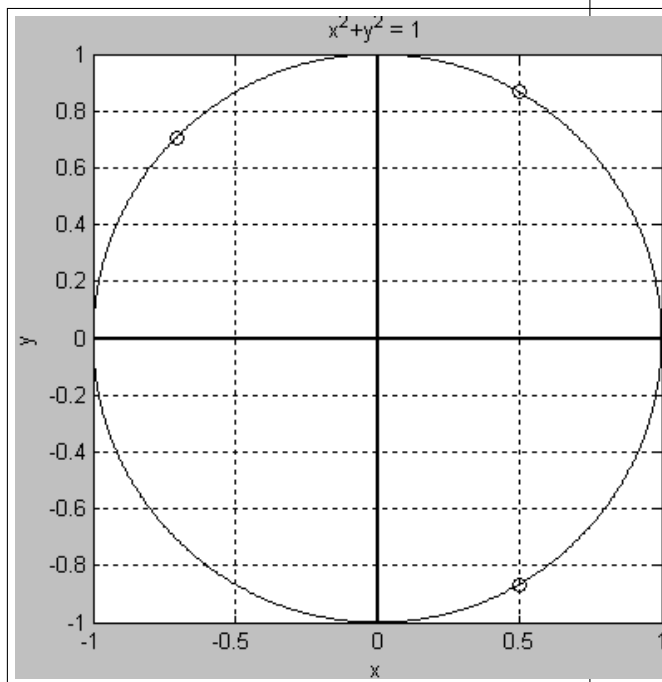
[ -1/2*2^(1/2), 1/2*2^(1/2)]

>> a3=[cos(fi3),sin(fi3)]

a3 =

[ 1/2, -1/2*3^(1/2)]

>> ezplot('x^2+y^2-1',[-1,1,-1,1])
>> hold on
>> grid on
>> plot(1/2, 1/2*3^(1/2),'-ko',-1/2*2^(1/2), 1/2*2^(1/2), '-ko',1/2, -1/2*3^(1/2),'-ko')
>> line([-1,1],[0,0],'Color','k','LineWidth',2)
>> line([0,0],[-1,1],'Color','k','LineWidth',2)
>> hold off
```



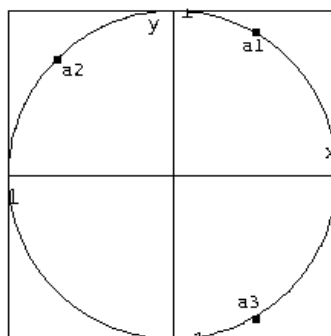
(c) Rešitev naloge v programu Derive.

```
#1:  φ1 := 1860°
#2:  φ2 := 43·π / 4
#3:  φ3 := - 25·π / 3
#4:  a1 := [COS(φ1), SIN(φ1)]
#5:
#6:  a2 := [COS(φ2), SIN(φ2)]
#7:
#8:  a3 := [COS(φ3), SIN(φ3)]
#9:
#10: x^2 + y^2 = 1
```

$$a1 := \left[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$a2 := \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$a3 := \left[\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$



Uvrstitev: KU $\checkmark$, KO $\checkmark$, JM $\checkmark$, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Da rešimo nalogo, moramo najprej razmisliti, kaj pomeni zasuk točke po krožnici. Izračun rezultata za nas opravi SSR. Pri tem se ne pokaže znanje periodičnosti funkcij ter vrednosti kotnih funkcij za značilne kote (60° , 120° ter 150°). Zadnje velja tudi, če uporabimo dovoljeno računalo. Uporaba SSR se od uporabe dovoljenega računalnika razlikuje po tem, da bi le-to vrnilo rezultate v numerični obliki, za katere kandidat verjetno ne bi dobil točk.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Spremembe niso potrebne, če ne želimo preveriti, ali kandidat pozna periodi funkcij kosinus in sinus ter vrednosti teh dveh funkcij za značilne kote. Ker pa je to ena od glavnih sestavin naloge, naloga v tej obliki za ta namen ni primerna.

3.1.12 12. naloga

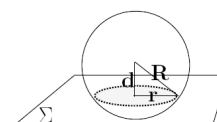
Prostornina krogle meri $36\pi \text{ dm}^3$. Presek te krogle z ravnino Σ ima ploščino $5\pi \text{ dm}^2$. Izračunajte razdaljo med središčem krogle in ravnino Σ .

(5 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat zna izbrati in uporabiti primerno metodo za rešitev naloge, ali pozna izraz za prostornino krogle in ploščino kroga, ali pozna Pitagorov izrek ter ali ima razvito predstavo o geometrijskih objektih kroga in ravnina.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Za lažjo predstavo je dobro, da si narišemo skico. Ta nam nakaže pot do rešitve. Potrebno je poznavanje formul za prostornino krogle in ploščino kroga ter Pitagorovega izreka. Pri vsem tem nam uporaba programov ne pomaga prav nič.



Slika 13: Rešitve naloge 3.1.12.

(a) Rešitev naloge v programu Matlab. Če poskusimo "uporabiti enote" pri velikosti prostornine in preseka (po uvedbi z ukazom `syms dm` na začetku), ne dobimo *nobene* rešitve.

<pre>>> clear V P R r d >> syms V P R r d >> s=solve('V=36*pi','P=5*pi','V=4*pi*R^3/3',... 'P=pi*r^2','d^2=R^2-r^2') s = P: [12x1 sym] R: [12x1 sym] V: [12x1 sym] d: [12x1 sym] r: [12x1 sym] >> s.d</pre>	<pre>ans = [1/2*(-38-18*i*3^(1/2))^(1/2)] [-1/2*(-38-18*i*3^(1/2))^(1/2)] [1/2*(-38-18*i*3^(1/2))^(1/2)] [-1/2*(-38-18*i*3^(1/2))^(1/2)] [1/2*(-38+18*i*3^(1/2))^(1/2)] [-1/2*(-38+18*i*3^(1/2))^(1/2)] [1/2*(-38+18*i*3^(1/2))^(1/2)] [-1/2*(-38+18*i*3^(1/2))^(1/2)] [2] [2] [-2] [-2]</pre>
--	---

(b) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```
<< Miscellaneous`Units`
Clear [V, P, R, r, d]
Solve [{V == 36 π (Deci Meter)3, P == 5 π (Deci Meter)2, V ==  $\frac{4 \pi R^3}{3}$ , P == π r2, d2 == R2 - r2}, d, {r, R}]
{{d → -2 Deci Meter}, {d → 2 Deci Meter},
 {d →  $-\sqrt{-\frac{19}{2} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2 - \frac{9}{2} i \sqrt{3} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2}$ }, {d →  $\sqrt{-\frac{19}{2} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2 - \frac{9}{2} i \sqrt{3} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2}$ },
 {d →  $-\sqrt{-\frac{19}{2} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2 + \frac{9}{2} i \sqrt{3} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2}$ }, {d →  $\sqrt{-\frac{19}{2} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2 + \frac{9}{2} i \sqrt{3} \text{Deci}^2 \text{Meter}^2}$ }}
```

(c) Rešitev naloge v programu Derive. Če poskusimo “uporabiti enote” pri velikosti prostornine in preseka (po uvedbi z ukazom **dm:=** na začetku), ne dobimo eksplicitne rešitve.

```
#1: CaseMode := Sensitive
#2: SOLVE[ [ V = 36.π, P = 5.π, V =  $\frac{4.π.R^3}{3}$ , P = π.r2, d2 = R2 - r2 ], d ]
#3: [ d = 2 ∧ P = 5.π ∧ R = 3 ∧ V = 36.π ∧ r = √5, d = 2 ∧ P = 5.π ∧ R = 3 ∧ V = 36.π ∧ r = -√5,
      d = -2 ∧ P = 5.π ∧ R = 3 ∧ V = 36.π ∧ r = √5, d = -2 ∧ P = 5.π ∧ R = 3 ∧ V = 36.π ∧ r = -√5 ]
```

Uvrstitev: KU II, KO?, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Da rešimo zastavljeni problem, moramo poznati potrebne pojme in izraze ter znati interpretirati rezultate (izmed vseh izbrati smiselnega). Če z nalogo želimo preveriti, ali se kandidat zna lotiti problema, je SSR le koristen pripomoček.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Spremembe niso potrebne, seveda, če ne preverjamo znanja reševanja (enostavnega) sistema enačb.

3.1.13 13. naloga

Določite vrednosti realnih števil x in y , tako da bodo števila $2x + 2y$, $5x + y - 1$, $4x + 5y - 7$, $7y - x - 1$ zaporedni členi aritmetičnega zaporedja.

(7 točk)

Namen naloge: Preveriti, ali kandidat pozna pojem aritmetično zaporedje ter pozna lastnosti takega zaporedja.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab: Nalogo lahko rešimo na dva načina:

i) uporabimo lastnost $a_n = a_1 + (n - 1)d$;

ii) uporabimo lastnosti $a_n + a_{n+2} = 2 * a_{n+1}$ ter $a_{n+3} - a_{n+2} = a_{n+2} - a_{n+1}$.

Predpostavili bomo, da so dani členi kar prvi členi zaporedja ($n = 1, 2, 3, 4$).

Slika 14: Rešitve naloge 3.1.13.

(a) Rešitev naloge v programu Derive na način i).

```
#1:  a1 := 2*x + 2*y
#2:  a2 := 5*x + y - 1
#3:  a3 := 4*x + 5*y - 7
#4:  a4 := 7*y - x - 1
#5:  SOLVE([a2 = a1 + d, a3 = a1 + 2*d, a4 = a1 + 3*d], [x, y, d])
#6:  
$$\left[ x = \frac{25}{14} \wedge y = \frac{17}{7} \wedge d = \frac{27}{14} \right]$$

```

(b) Rešitev naloge v programu Derive na način ii).

```
#1:  a1 := 2*x + 2*y
#2:  a2 := 5*x + y - 1
#3:  a3 := 4*x + 5*y - 7
#4:  a4 := 7*y - x - 1
#5:  SOLVE([a1 + a3 = 2*a2, a4 - a3 = a3 - a2], [x, y])
#6:  
$$\left[ x = \frac{25}{14} \wedge y = \frac{17}{7} \right]$$

```

(c) Rešitev naloge v programu Mathematica na način i).

```
Clear[x, y, a1, a2, a3, a4, d]
a1 = 2 x + 2 y;
a2 = 5 x + y - 1;
a3 = 4 x + 5 y - 7;
a4 = 7 y - x - 1;
Solve[{a2 == a1 + d, a3 == a1 + 2 d, a4 == a1 + 3 d}, {x, y}, {d}]

{{x -> 25/14, y -> 17/7}}
```

```
Clear [x, y, a1, a2, a3, a4]
a1 = 2 x + 2 y;
a2 = 5 x + y - 1;
a3 = 4 x + 5 y - 7;
a4 = 7 y - x - 1;
Solve [{a1 + a3 == 2 * a2, a4 - a3 == a3 - a2}, {x, y}]

{{x -> 25/14, y -> 17/7}}
```

(d) Rešitev naloge v programu Mathematica na način ii).

(e) Rešitev naloge v programu Matlab na način ii).

```
>> s=solve('a1+a3=2*a2',...
'a4-a3=a3-a2',...
'a1=2*x+2*y',...
'a2=5*x+y-1',...
'a3=4*x+5*y-7',...
'a4=7*y-x-1')

s =

    a1: [1x1 sym]
    a2: [1x1 sym]
    a3: [1x1 sym]
    a4: [1x1 sym]
     x: [1x1 sym]
     y: [1x1 sym]

>> s.x

ans =

25/14

>> s.y

ans =

17/7
```

(f) Rešitev naloge v programu Matlab na način i).

```
>> s=solve('a2=a1+d',...
'a3=a1+2*d',...
'a4=a1+3*d',...
'a1=2*x+2*y',...
'a2=5*x+y-1',...
'a3=4*x+5*y-7',...
'a4=7*y-x-1')

s =

    a1: [1x1 sym]
    a2: [1x1 sym]
    a3: [1x1 sym]
    a4: [1x1 sym]
     d: [1x1 sym]
     x: [1x1 sym]
     y: [1x1 sym]

>> s.x

ans =

25/14

>> s.y

ans =

17/7
```

Uvrstitev: KUII, KO?, JM✓, M1, +T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Kandidat mora vedeti, kdaj je zaporedje aritmetično. Poznati mora obliko splošnega člena in lastnosti zaporedja. S pomočjo tega znanja zapiše enačbe, ki jih nato lahko reši z uporabo SSR. SSR olajša zamudno delo reševanja sistema enačb.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Če ne preverjamo znanja reševanja sistema enačb, spremembe niso potrebne.

3.1.14 14. naloga

Janez je s svojimi petimi prijatelji odigral teniški turnir. Vsak je igral z vsakim natanko enkrat. Janez je izgubil le dve igri. (Neodločenih rezultatov pri tenisu ni.) Kolikšna je verjetnost, da izmed zapisnikov vseh iger na slepo izberemo zapisnik igre, v kateri je Janez zmagal?

DIPLOMSKA NALOGA :

(5 točk)

FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Namen naloge: Preveriti, ali je kandidat sposoben prepoznati matematične strukture (matematični model) in jih zapisati v matematični jezik. Nadalje, ali zna izračunati verjetnost danega dogodka, ali pozna definicijo verjetnosti ter ali pozna pojem kombinacij.

Rešitve s programi Mathematica, Derive in Matlab:

Slika 15: Rešitve naloge 3.1.14.

```

igerJ = 5;
zgubJ = 2;
zmagJ = igerJ - zgubJ;
igralcev = 6;
iger = Binomial [igralcev , 2];
P =  $\frac{\text{zmagJ}}{\text{iger}}$ 

$$\frac{1}{5}$$


```

(a) Rešitev naloge v programu Mathematica.

```

>> igerJ = 5;
>> zgubJ = 2;
>> zmagJ = igerJ-zgubJ;
>> igralcev = 6;
>> iger = nchoosek(igralcev,2);
>> P=sym((igerJ-zgubJ)/iger)

P =

1/5

```

(b) Rešitev naloge v programu Matlab.

```

#1: igerJ := 5
#2: zgubJ := 2
#3: zmagJ := igerJ - zgubJ
#4: igralcev := 6
#5: iger := COMB(igralcev, 2)
#6: P :=  $\frac{\text{igerJ} - \text{zgubJ}}{\text{iger}}$ 
#7: P :=  $\frac{1}{5}$ 

```

(c) Rešitev naloge v programu Derive.

Uvrstitev: KUII, KO¬, JM¬, M¬, -T.

Vrednost naloge z uporabo SSR: Da rešimo zastavljeni problem, moramo imeti vso potrebno matematično znanje. SSR prispeva k reševanju le toliko, kolikor bi tudi sicer dovoljeno računalo, saj ima tudi to vgrajeno funkcijo za izračun števila kombinacij.

Predlogi za spremembe ob uporabi SSR: Spremembe niso potrebne.

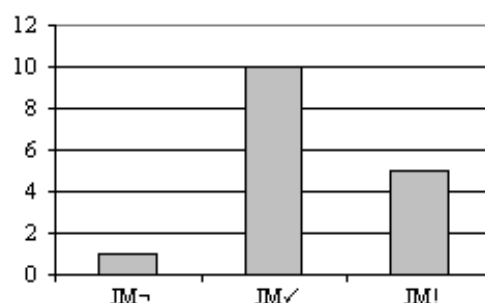
3.1.15 Razprava

Povzemimo ugotovitve iz obravnav nalog.

Poglejmo si število uvrstitev nalog v posamezen razred vseh petih razvrstitev. Rezultati so prikazani na spodnjih grafih.³ Vidimo, da nam vsaka razvrstitev nudi drug pogled na obravnavane naloge.

Slika 16: Statistični rezultati uvrstitev nalog poskusne mature iz leta 1997.

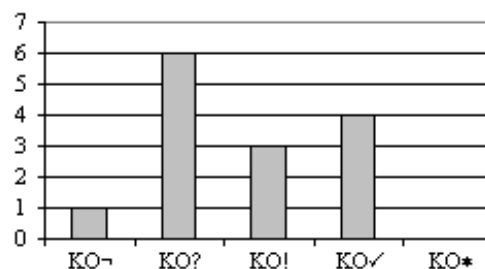
(a) Graf števila nalog v posameznem razredu razvrstitve po Jones&McCrae. V večini SSR vpliva na samo reševanje problema, vendar je ta vpliv tak, da lahko ostanejo nespremenjene. Kar nekaj nalog pa je tudi takih, da bi jih bilo potrebno preoblikovati, ker nam SSR nudi metodo, ki zahteva le tehnično znanje uporabe SSR in le malo ali nič matematičnega razmisleka.



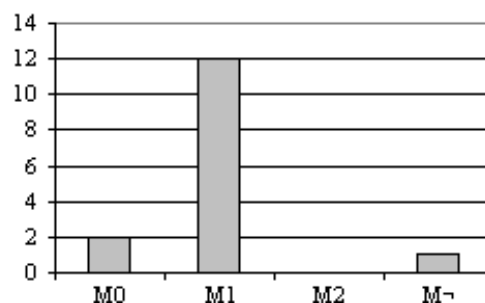
(b) Graf števila nalog v posameznem razredu Kutzlerjeve razvrstitve. Večinoma uporaba SSR igra manjšo vlogo pri reševanju problema, ker ima poudarek na sposobnostih, ki jih SSR nima. Za uporabo SSR praviloma zadostuje osnovno znanje.



(c) Graf števila nalog v posameznem razredu razvrstitve po Kokol-Volčevi. Večinoma so naloge glede vpliva SSR občutljive, ker vsebujejo veliko rutinskih izračunov ali pa večstopenjskih strategij reševanja. Zategadelj je tudi kar nekaj takih nalog, ki jih uporaba SSR razvrednoti. Najdemo pa tudi naloge, kjer uporaba SSR ne zmanjša vrednosti problema, ker temeljijo na preverjanju sposobnosti.

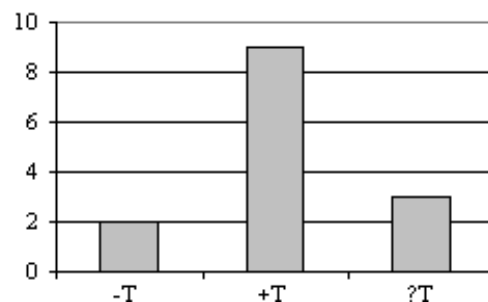


(d) Graf števila nalog v posameznem razredu Mac Aogáinove razvrstitve. Naloge so večinoma zahtevnejše. Uporaba SSR raven zahtevnosti sicer zmanjša, vendar brez znanja o temeljnih matematičnih pojmih problem ni rešljiv.



³Pri neodločeni uvrstitvi sem nalogo uvrstila v oba razreda (zato vsote na grafih niso nujno enake številu nalog na izpitu).

(e) Graf števila nalog v posameznem razredu razvrstitve po Herget et al. Za rešitev večine nalog potrebujemo naprednejše znanje, ki je bodisi zgrajeno na temeljnih veščinah, ali pa zahteva večkratno uporabo le-teh. Zato je smiselno, da dovolimo uporabo SSR.



Če izberemo najbolj "zastopane" razrede, bi lahko rekli, da je uvrstitev celotnega maturitetnega izpita taka:

KUII, KO?(/KO✓/KO!), JM✓(/JM!), M1, +T.

Če to razvrstitev zapišemo z besedami: za uporabo SSR zadostuje osnovno znanje o programu. Naloge so zahtevnejše in večinoma imajo poudarek na sposobnostih, ki jih SSR nima; SSR lahko spremeni vrednost matematičnega problema, ker vpliva na samo reševanje problema, vendar lahko večji del problema ostane nespremenjen. Pri večini nalog si s SSR pomagamo pri reševanju rutinskega dela naloge, zato bi lahko dovolili uporabo SSR. Nezanemarljivo malo pa je tudi takih nalog, pri katerih uporaba SSR vpliva na informacijo o znanju toliko, da jih bi bilo potrebno preoblikovati.

Če pogledamo še opombe, ki smo jih zapisali pri posameznih nalogah, ugotovimo, da je gornji opis kar ustrezen. Večinoma smo zaključili, da kljub uporabi SSR spremembe naloge niso potrebne, razen če bi, poleg matematičnih sposobnosti, z nalogo radi preverili tudi znanje izvedbe nekega osnovnega algoritma (najpogostejše reševanje enačbe ali sistema enačb). SSR smo uporabili za aktivnosti, ki sicer zahtevajo znanje veščin. Razumevanje in uporabo matematičnih pojmov pa smo morali izvesti sami. Seveda je zgodba precej drugačna, če upoštevamo točkovnik in izkušnje ocenjevalcev. Te namreč pokažejo, da predvsem pri slabših kandidatih le-ti kar nekaj točk osvojijo prav z izvajanjem rutinskih, osnovnih nalog. Ker le te z uporabo SSR dejansko trivializiramo, je vprašanje, kakšen bi bil točkovnik, če bi bila uporaba SSR dovoljena.

Pri zastavljanju nalog bi torej potrebno razmisliti, v kolikšni meri bi radi preverili znanje računskih veščin in izvedb postopkov. Pri tovrstnem preverjanju je namreč potrebno nalogo, če dovolimo uporabo SSR, temu ustrezno preoblikovati ali pa dovoliti le omejeno uporabo SSR (v smislu, da računske veščine preverjamo ločeno). Lahko pa se tudi odločimo, da takega znanja ne bomo posebej preverjali.

Poglavje 4

ZASNOVA JAVNO DOSTOPNE BAZE ZA RAZISKAVE VPLIVA UPORABE SISTEMOV ZA SIMBOLNO RAČUNANJE PRI REŠEVANJU MATURITETNIH NALOG

Kot smo uvodoma rekli, lahko analize “tehnoloških” rešitev obstoječih maturitetnih pisnih izpitov pomagajo razjasniti, kateri pristop bi bil najustreznejši pri uvajanju sistemov za simbolno računanje. Ker so ustrezne kategorizacije nalog pogosto lahko predmet različnih pogledov - na vrednost posamezne naloge v luči dovoljene uporabe določene tehnologije lahko posamezni strokovnjaki gledajo dokaj različno - bi bilo koristno, da bili izsledki takih raziskav javno dostopni in omogočena čim širša in čim lažja razprava o njih. Prav tako bi bilo smiselno, da bi bila baza nalog čim bolj obširna. Tovrstne analize so namreč smiselne le, če pokrivajo kar se da široko območje dosedanjega načina preverjanja znanja. Dobro bi bilo pri posameznih nalogah primerjati uporabo (tudi drugih) obstoječih tehnoloških pripomočkov, omogočiti razprave o pogledu na reševanje, namenu, ozadju nalog ter še posebej kategorizaciji nalog glede na njihovo vrednost ter zbrati vse te različne poglede. Vsekakor obseg dela presega zmožnosti posameznika ali manjše skupine. Potrebujemo torej način, kako bi omogočili kar se da enostavno sodelovanje vsem, ki jih tovrstna tematika zanima.

Z današnjo tehnologijo se ponuja rešitev v spletnem sistemu *wiki* (na katerem je osnovana tudi znana prosta internetna enciklopedija *Wikipedija*). Spletne strani, zasnovane kot *wiki*, omogočajo tako imenovano sodelovalno urejanje spletnih strani, kjer posamezen uporabnik ne potrebuje drugega kot brskalnik in že jih lahko ureja. V drugem delu svoje naloge sem postavila tak spletni sistem za zbiranje maturitetnih izpitov. Poimenovala sem ga *MateMaturaWiki*.

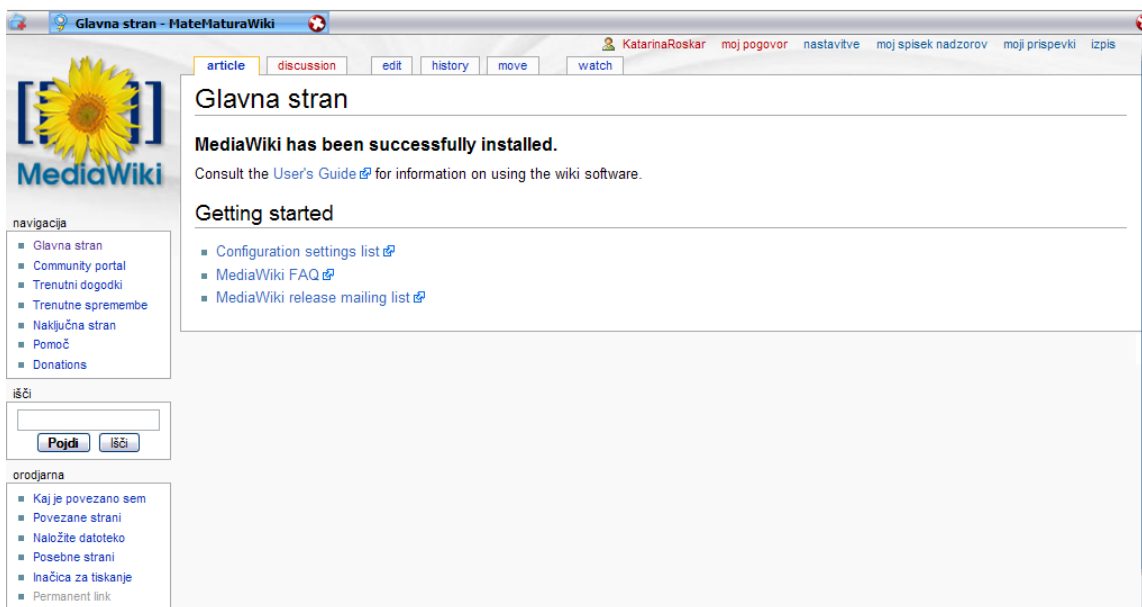
4.1 *MateMaturaWiki*

Sistem wiki (kako ga namestimo in uporabljamo ter kakšne so njegove lastnosti) je predstavljen na primer v [Valenčič, 2007]. Te osnove bom izpustila in opisala le bistvene korake in ideje mojega wikija.

4.1.1 Namestitev

Moje delo se je začelo po namestitvi wiki pogona MediaWiki - z imenom MateMaturaWiki - na strežnik Fakultete za matematiko in fiziko: `penelope.fmf.uni-lj.si`. Izbrali smo vmesnik *MonoBook*.

Slika 17: Glavna stran MateMaturaWiki po namestitvi programa.



4.1.2 Oblikovanje in načrtovanje glavne strani

Spletni sistem je bilo potrebno oblikovati tako, da bi bil za uporabnike čim bolj prepoznaven, privlačen ter enostaven za uporabo. Pri tem igra glavna stran, kot podlaga za članke, največjo vlogo. Najprej sem se lotila izgleda le-te. Oblikovala sem logotip ("logo") ter ikono ("favicon") sistema, ki naj bi služila kot razpoznavni znak MateMaturaWiki. V datoteki `LocalSettings.php` je nato administrator strežnika ustrezno popravil vrednosti spremenljivk `$wgLogo` in `$wgFavicon`.

Slika 18: Logotip in ikona za MateMaturaWiki.



Prednost wikija je sistem kategorij, ki nam omogoča razvrstitev in organizacijo člankov na podlagi različnih ključev ali lastnosti, ki jih določimo sami.

Sistem kategorij moramo načrtovati že ob samem začetku. Načrtovanje kategorij je eden izmed najvažnejših in najzahtevnejših del pri postavitvi spletišča, saj z njim želimo doseči čim lažje urejanje in iskanje člankov. Kasnejše spreminjanje kategorij zahteva premeščanje in je lahko zelo zamudno. Odločila sem se za "kazalo" po člankih, ki je sestavljeno iz glavnih lastnosti neke maturitetne naloge:

- letnik izpitnega roka naloge,
- raven zahtevnosti, za katero je bila naloga namenjena,
- izpitne vsebina, na kateri temelji naloga

in nazadnje še

- način reševanja naloge ter
- vrednost naloge v okolju, ki podpira tehnološke pripomočke.

Tak sistem glavnih kategorij se mi je zdel najbolj smiseln in uporaben za iskanje določenega članka. Poleg teh kategorij sem ločeno dodala še razdelek ostalih glavnih kategorij, kjer sem ustvarila kategorijo za statistične analize nalog ter še razdelek namenjen koristnim povezavam ter virom, kjer sem ustvarila kategoriji za literaturo in konference. Zdelo se mi je smiselno uporabnikom omogočiti tudi povezave na druge podobne projekte, zato sem za te tudi pripravila razdelek.

Slika 19: Razdelki na glavni strani MateMaturaWiki.



Vsem kategorijam na glavni strani sem določila tudi vizualne pripomočke: ikone, ki naj bi služile hitrejšemu vizualnemu prepoznavanju kategorij.

Slika 20: Razdelki glavne strani MateMaturaWiki z ikonami.



Ikone sem dodala kot slike preko posebne strani, ki je namenjena nalaganju datotek. Naložila sem jih v obliki .png, ker je to prednostni format za ikonske slike (formata .ico sistem ne podpira). Ob kliku na ikono dobimo stran, na kateri se nahaja slika.

Slika 21: Primer ikone za kategorijo (stran iz seznama slik).



Uporabnik bi pričakoval, da ga bo klik na ikono povezal na pripadajočo kategorijo, ne pa na stran slike. Pri razširjeni wiki sintaksi za vstavljanje slik ([[Slika:{ime}|{tip}|

`{{lokacija|{{podnapis}}}}`) lahko, za namen povezave na neko spletno stran, uporabimo podnapis, ki pa omogoča poljubno povezavo. Slika je potem tudi v okvirju, ker moramo za viden podnapis izbrati tip slike “thumb” ali “frame”, ki določata, da je slika uokvirjena. Vendar pa to ne pride v poštev, saj je namen ikone ravno majhnost in jasnost podobe, ki ne potrebuje razlage oziroma podnapisa; z jasno sliko se ravno želimo znebiti nepotrebnega besedičenja. Potrebno bi bilo ustvariti posebno predlogo (template), s pomočjo katere bi programsko izvedli želeno povezavo. Vendar bo ta del ostal kot naloga za nadaljno nadgradnjo wikija.

V wikijih velja, da se, če postojimo s kazalcem miške na naslovu neke kategorije, pojavi besedilo, ki nam sporoča, na kateri strani se ta kategorija nahaja. Na glavni strani sem to besedilo spremenila v opis vsebine kategorije.

Slika 22: Okvirji z naslovi ciljnih strani ob tako imenovanih “prehodih miške” (“mouse over” dogodkih).

(a) Pred uporabo predloge.



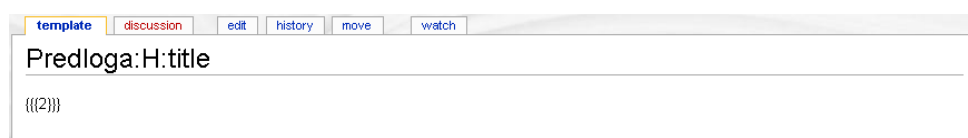
(b) Pri uporabi predloge.



Ta opis bi lahko tudi napisala poleg imena kategorije, vendar pa bi potem kazalo izgubilo na preglednosti. Razlago tako ali tako potrebujemo le na začetku, ko še ne poznamo strukture MateMaturaWiki. Za omenjeno spremembo sem uporabila že pripravljeno predlogo iz Wikipedije. To predlogo sem nespremenjeno dodala kot novo stran v MateMaturaWiki. Obdržala sem tudi ime predloge.

Slika 23: Predloga za besedilo ob prehodu miške.

(a) Izgled strani predloge.



(b) Wiki sintaksa predloge.

```
<span title="{{{1}}}" {{#ifeq:{{{dotted|yes}}} |no| style="border-bottom:1px dotted"}}>{{{2}}}</span>
```

Gornjo predlogo uporabimo na primeru: `[[Kategorija:Letnik izpitnega roka|{{H:title|Naloge razvrščene glede na letnik izpitnega roka:1993,1994,1995,...|Letnik izpitnega roka}}]]`.

4.1.3 Oblikovanje in načrtovanje ostalih strani

Podkategorije kategorij nalog

Kategorije nalog sem po potrebi nadalje delila v podkategorije. V vseh podpodkategorijah sem na vrhu strani dodala povezavo na pripadajoče "nadkategorije", da sem poenostavila premikanje po hierarhiji. Povezavo sem dodala v obliki, kot jo sicer sistem wiki samodejno doda le, če pišemo članek ali pa podstran članka: < Kategorija:Ime nadkategorije. Seznamom podkategorij sem dodelila ikone iz glavne strani.

- Kategorija letnika izpitnega roka vsebuje podkategorije letnikov: od začetka uvedbe splošne mature do letošnjega leta. Vsakemu letniku sem pripisala nadaljne podkategorije, ki časovno še natančneje uvrščajo naloge v posameznem letu. Nisem se odločila za kazalo datumov izvedbe izpita, ker je navedba roka (predmaturitetni, spomladanski ali jesenski rok) preglednejša. Ker sem torej podkategorije letnika razvila (letnice niso obarvane rdeče), sem na strani z letnicami dodala obvestilo, ki uporabnikom prihrani nepotrebno oziroma neplodno iskanje po vseh letnikih, razen 1997. Tja sem uvrstila svojo analizo nalog predmaturitetnega izpita iz leta 1997.

Slika 24: Kategorija Letnik izpitnega roka.

(a) Podkategorije.



(b) Podkategorije letnika 1997.

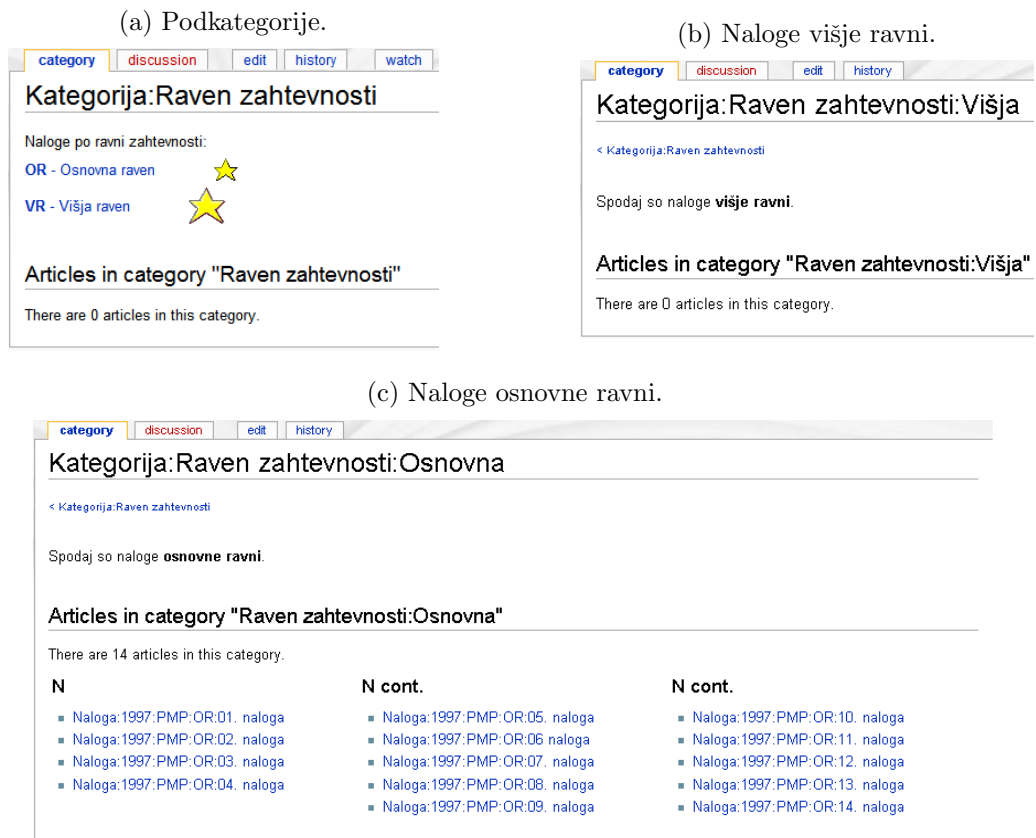


(c) Naloge predmaturitetnega izpita iz leta 1997.



- Kategorijo ravni zahtevnosti sem delila v logični podkategoriji osnovne in višje ravni. Podkategorij nadalje nisem delila. V tem delu predstavljene naloge sem uvrstila v podkategorijo Osnovna raven.

Slika 25: Kategorija Raven zahtevnosti.



- Pri kategoriji izpitnih vsebin sem izbrala podkategorije poimenovane po trenutno obstoječih izpitnih vsebinah (vir [Alt et al., 2007]). Nekatere od teh izpitnih vsebin že vsebujejo članke, druge pa še ne (trenutno le vsebine iz PMP 1997).

Slika 26: Kategorija Izpitna vsebina.

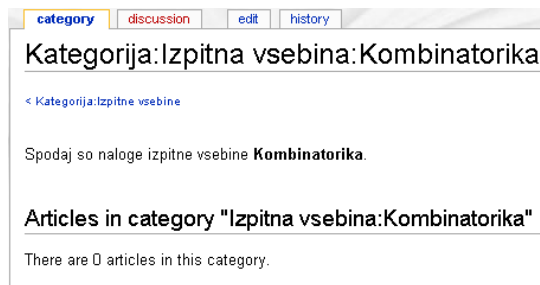


(a) Podkategorije. Ustrezni ikon za vse nisem našla. Potrebno bi jih bilo še narediti.

(b) Primer: naloge iz geometrije.



(c) Primer: naloge iz kombinatorike.



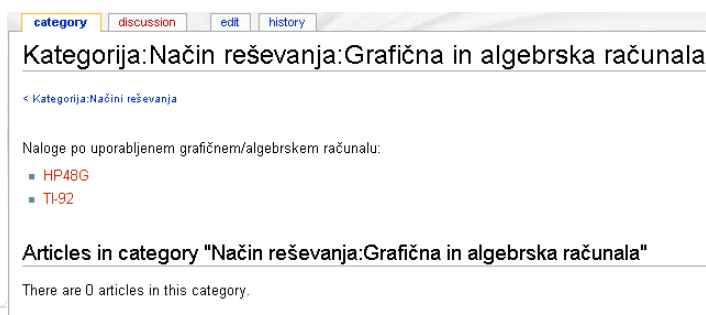
- Kategorijo načinov reševanja sem razdelila na: podkategorijo, ki predstavlja naloge rešene po trenutnih predpisih ter še tri podkategorije, ki predstavljajo naloge rešene z uporabo treh vrst tehnoloških pripomočkov. Slednjim trem podkategorijam sem dodala še nadaljne podkategorije - glede na to, katere tehnološke pripomočke vanje uvrščamo, oziroma sem jih pri svoji nalogi uporabila. Predvidevala sem, da bodo sodelujoči uporabljali tudi druga orodja (npr. simbolni računalni HP48G ali pa TI-92, za slednji sem kategoriji že nakazala). Zasnova spletišča je taka, da bo vključitev novih orodij (opisov rešitev z novimi orodji) kar se da enostavna. Nova orodja se bodo dodala kot podpodkategorije ustrezne podkategorije načinov reševanja s pomočjo "nedovoljenih" pripomočkov.

Slika 27: Kategorija Način reševanja.

(a) Podkategorije.



(b) Reševanje z grafičnimi in algebrskimi računalni.



4.1. *MateMatura Wiki*

(c) Naloge rešene z dovoljenimi pripomočki. Nekatere od v tem delu obravnavanih nalog sem - za zgled - rešila tudi po matematični poti.

category discussion edit history watch

Kategorija:Način reševanja:Dovoljeni pripomočki

< Kategorija:Načini reševanja

Spodaj so naloge, ki so rešene z dovoljenimi pripomočki.

Articles in category "Način reševanja:Dovoljeni pripomočki"

There are 8 articles in this category.

N	N cont.	N cont.
■ Naloga:1997:PMP:OR:01. naloga	■ Naloga:1997:PMP:OR:04. naloga	■ Naloga:1997:PMP:OR:12. naloga
■ Naloga:1997:PMP:OR:03. naloga	■ Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga	■ Naloga:1997:PMP:OR:13. naloga
	■ Naloga:1997:PMP:OR:09. naloga	■ Naloga:1997:PMP:OR:14. naloga

(d) Reševanje s pomočjo sistemov za simbolno računanje.

category discussion edit history watch

Kategorija:Način reševanja:SSR

< Kategorija:Načini reševanja

Naloge po uporabljenem sistemu za simbolno računanje:

- Derive
- Mathematica

Articles in category "Način reševanja:SSR"

There are 0 articles in this category.

(e) Naloge rešene s pomočjo programov Derive in Mathematica.

category discussion edit history watch

Kategorija:Način reševanja:SSR:Derive

< Kategorija:Način reševanja:SSR

Spodaj so naloge, ki so rešene v programu Derive.

Articles in category "Način reševanja:SSR:Derive"

There are 14 articles in this category.

N	N cont.	N cont.
■ Naloga:1997:PMP:OR:01. naloga/Rešitev s programom Derive	■ Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga/Rešitev s programom Derive	■ Naloga:1997:PMP:OR:10. naloga/Rešitev s programom Derive
■ Naloga:1997:PMP:OR:02. naloga/Rešitev s programom Derive	■ Naloga:1997:PMP:OR:06. naloga/Rešitev s programom Derive	■ Naloga:1997:PMP:OR:11. naloga/Rešitev s programom Derive

aloga/Rešitev s

category discussion edit history watch

Kategorija:Način reševanja:SSR:Mathematica

< Kategorija:Način reševanja:SSR

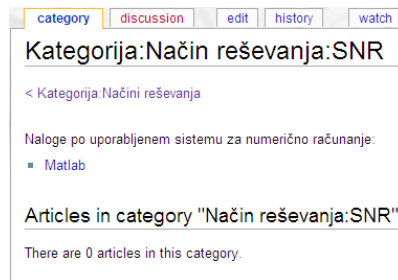
Spodaj so naloge, ki so rešene v programu Mathematica.

Articles in category "Način reševanja:SSR:Mathematica"

There are 14 articles in this category.

N	N cont.	N cont.
■ Naloga:1997:PMP:OR:01. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:10. naloga/Rešitev s programom Mathematica
■ Naloga:1997:PMP:OR:02. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:06. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:11. naloga/Rešitev s programom Mathematica
■ Naloga:1997:PMP:OR:03. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:07. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:12. naloga/Rešitev s programom Mathematica
■ Naloga:1997:PMP:OR:04. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:08. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:13. naloga/Rešitev s programom Mathematica
	■ Naloga:1997:PMP:OR:09. naloga/Rešitev s programom Mathematica	■ Naloga:1997:PMP:OR:14. naloga/Rešitev s programom Mathematica

(f) Reševanje s pomočjo sistemov za numerično računanje.



(g) Naloge rešene s pomočjo programa Matlab.



- Podkategorije kategorije Vrednosti naloge v tehnološko podprtem okolju sem določila na podlagi razvrstitvenih razredov, ki razvrščajo naloge po njihovih vrednostih ob uporabi tehnoloških pripomočkov. Ikon zanje nisem izbirala, bi pa morda lahko bile kar pomanjšane slike idejnih avtorjev. Kasneje bodo lahko v MateMaturaWiki predstavljeni tudi drugi sistemi za razvrščanje ter ostala gradiva, pomembna za to področje.

Slika 28: Kategorija Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju.

(a) Podkategorije.



(b) Ena izmed podkategorij: Razvrstitev po B. Kutzler.

category discussion edit history watch

Kategorija:Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju:Razvrstitev po B. Kutzler

< Kategorija:Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju

B. Kutzlerjeva razvrstitev (1998) razvršča matematične naloge na podlagi dveh kriterijev. Prvi je vloga tehnoloških pripomočkov pri procesu reševanja matematičnega problema (*primarna* proti *sekundarni*). Drugi kriterij pomeni potrebno predznanje uporabe tehnoloških pripomočkov pri reševanju (*rutinsko* proti *napredno*).

KUJ
Primarna rutinska uporaba tehnoloških pripomočkov Uporaba tehnoloških pripomočkov je najvažnejša dejavnost pri reševanju matematičnega problema, ki bi ga sicer le stežka rešili (ali pa sploh ne). Za uporabo tehnoloških pripomočkov zadostuje osnovno znanje.
[Naloge razreda KUJ](#)

KUJ*
Primarna napredna uporaba tehnoloških pripomočkov Uporaba tehnoloških pripomočkov je najvažnejša dejavnost pri reševanju matematičnega problema, ki bi ga sicer le stežka rešili (ali pa sploh ne). Za uporabo tehnoloških pripomočkov je potrebno napredno znanje.
[Naloge razreda KUJ*](#)

KUJZ
Sekundarna rutinska uporaba tehnoloških pripomočkov Uporaba tehnoloških pripomočkov igra le manjšo vlogo pri reševanju matematičnega problema, ker je poudarek problema na sposobnostih, ki jih tehnološki pripomočki nimajo. Za uporabo tehnološkega pripomočka zadostuje osnovno znanje.
[Naloge razreda KUJZ](#)

KUJZ*
Sekundarna napredna uporaba tehnoloških pripomočkov Uporaba tehnoloških pripomočkov igra le manjšo vlogo pri reševanju matematičnega problema. Pri reševanju je poudarek na postopkih, ki jih tehnološki pripomoček nima neposredno vgrajenih. Za uporabo tehnoloških pripomočkov je potrebno napredno znanje.
[Naloge razreda KUJZ*](#)

KU()
Nesmiselna (nepomembna) uporaba tehnoloških pripomočkov Pri reševanju matematičnega problema nam tehnološki pripomočki nič ne koristijo.
[Naloge razreda KU\(\)](#)

[spremeni]

Viri

- Kokol-Voljč, V. (2000). "Examination questions when using CAS for school mathematics teaching". *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), str. 63–76.

Articles in category "Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju:Razvrstitev po B. Kutzler"

There are 0 articles in this category.

(c) Naloge naloge razreda KUI.

category discussion edit history

Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev KU:Primarna rutinska uporaba

V razred **KUJ** B. Kutzlerjeve razvrstitve uvrščamo naloge s **primarno rutinsko uporabo tehnoloških pripomočkov**: uporaba tehnoloških pripomočkov je najvažnejša dejavnost pri reševanju matematičnega problema, ki bi ga sicer le stežka rešili (ali pa sploh ne). Za uporabo tehnoloških pripomočkov zadostuje osnovno znanje.

Spodaj so naloge razreda KUJ.

Articles in category "Vrednost naloge:Razvrstitev KU:Primarna rutinska uporaba"

There are 2 articles in this category.

N

- [Naloga:1997:PMP:OR:01. naloga](#)
- [Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga](#)

Članki

MateMaturaWiki je zasnovan tako, da je v osnovi vsaka maturitetna naloga članek. Predstavljena je z besedilom, "matematično" rešitvijo in rešitvami s pomočjo sistemov za simbolno računanje ter drugih tehnoloških pripomočkov. Hkrati pa lahko o nalogi izvemo tudi še podatke kot so: letnik in mesec izpitnega roka, raven zahtevnosti, v kateri sklop srednješolske matematike naloga spada (po predmetnem izpitnem katalogu, kot je razdeljeno v [Alt et al., 2003]) ter uvrstitev v posamezne razvrstitvene razrede in analiza vpliva SSR. Obravnavane naloge iz tega dela sem objavila v MateMaturaWiki.

Slika 29: Primer članka
v MateMaturaWiki.

[article](#)
[discussion](#)
[edit](#)
[history](#)
[move](#)
[watch](#)

Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga

5. naloga predmaturitetnega izpita dne 02.04.2007, osnovna raven.

Vsebina [\[skrij\]](#)

- 1 Besedilo naloge
- 2 Izpitna vsebina naloge
- 3 Rešitev z dovoljenimi pripomočki
- 4 Rešitev naloge s pomočjo sistemov za simbolno računanje
- 5 Rešitev naloge s pomočjo sistemov za numerično računanje
- 6 Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju
 - 6.1 Predlogi za spremembe ob uporabi tehnoloških pripomočkov

Besedilo naloge [\[spremeni\]](#)

Kvadrat $ABCD$ ima stranico dolžine 2. Točka M deli stranico DC v razmerju $|DM| : |MC| = 1 : 3$. Izrazite vektor $\overrightarrow{AM}$ z vektorjema $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ter izračunajte $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$. Narišite sliko.

(6 točk)

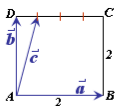
Izpitna vsebina naloge [\[spremeni\]](#)

- Geometrija
- Vektorski račun

Rešitev z dovoljenimi pripomočki [\[spremeni\]](#)

■ "Pisalo in papir":

Narišemo sliko:



Razmerje delitve stranice DC je razvidno s slike. Označimo vektor $\overrightarrow{AM}$ s $\vec{c}$. Iz slike razberemo, da velja $\vec{c} = \vec{b} + \frac{\vec{a}}{4}$.

1. način

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \left(\vec{b} + \frac{\vec{a}}{4}\right) \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{a^2}{4} = 0 + \frac{4}{4} = 1$$

2. način

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = AB \cdot \text{proj}_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AM} = a \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

3. način

Predstavljamo si izhodišče koordinatnega sistema v točki A .

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{c} \cdot \vec{a} = \left(\frac{1}{2}, 2\right) \cdot (2, 0) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 1$$

4. način

Naj bo φ kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{c}$.

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM \cdot AB \cos \varphi = c \cdot a \cdot \frac{a}{c} = a \cdot \frac{a}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Rešitev naloge s pomočjo sistemov za simbolno računanje [\[spremeni\]](#)

- [Derive](#)
- [Mathematica](#)

Rešitev naloge s pomočjo sistemov za numerično računanje [\[spremeni\]](#)

- [Matlab](#)

Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju [\[spremeni\]](#)

- [JM](#) ✓ / [JMI](#)
- [KU](#)?
- [KO](#)?
- [M](#)?
- [T](#)?

Že pri risanju slike in izražavi vektorja $\vec{c}$ z vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ se pokaže večina razumevanja naloge. Če pa nas zanima še, ali kandidat zna izračunati skalarni produkt, naloga ob uporabi tehnoloških pripomočkov izgubi na vrednosti.

Predlogi za spremembe ob uporabi tehnoloških pripomočkov [\[spremeni\]](#)

Če želimo preveriti večino izračuna skalarnega produkta dveh vektorjev, moramo nalogo spremeniti.

Categories: Izpitni rok 1997:Predmaturitetni preizkus | Raven zahtevnosti:Osnovna | Izpitna vsebina:Geometrija | Izpitna vsebina:Vektorski račun | Način reševanja:Dovoljeni pripomočki | Vrednost naloge:Razvrstitev JM:Vpliv | Vrednost naloge:Razvrstitev JM:Trivializacija | Vrednost naloge:Razvrstitev KU:Primarna rutinska uporaba | Vrednost naloge:Razvrstitev KO:Občutljiv problem | Vrednost naloge:Razvrstitev M:Enostaven problem | Vrednost naloge:Razvrstitev T:Vprašljivo

Vsako stran ob nastanku uvrstimo v ustrezne kategorije oziroma podkategorije in tako samodejno gradimo pregledno bazo podatkov. V bazi potem lahko najdemo članek s pomočjo sistema kategorij. Uvrstitve v kategorije in podkategorije lahko vidimo v spodnjem okvirju članka.

Rešitve naloge s pomočjo tehnoloških pripomočkov sem v članku razdelila na skupine, kot jih določa glavna kategorija Način reševanja: vsak način sem uvrstila v svoj razdelek članka. Da bi bil članek še bolj pregleden, sem rešitve s posameznimi programi in pripomočki postavila na ustrezne podstrani članka. Podstran ustvarimo v članku kot povezavo z izrazom `[[:/Ime podstrani članka]]`.

Slika 30: Primer podstrani članka v MateMaturaWiki.

article discussion edit history move watch

Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga/Rešitev s programom Mathematica

< Naloga:1997:PMP:OR:05. naloga

5. naloga predmaturitetnega izpita dne 02.04.1997, osnovna raven.

Besedilo naloge [\[spremeni\]](#)

Kvadrat $ABCD$ ima stranico dolžine 2. Točka M deli stranico DC v razmerju $|DM| : |MC| = 1 : 3$. Izrazite vektor $\vec{AM}$ z vektorjema $\vec{AB} = \vec{a}$ in $\vec{AD} = \vec{b}$ ter izračunajte $\vec{AM} \cdot \vec{AB}$. Narišite sliko.

(6 točk)

Rešitev v programu Mathematica 4.0 [\[spremeni\]](#)

Sliko lažje in hitreje narišemo sami.

3. način [\[spremeni\]](#)

```
Clear[a, b, c]
a = {2, 0};
b = {0, 2};
c = b +  $\frac{a}{4}$ ;
c.a
1
```

Category: Način reševanja:SSR:Mathematica

Stran za pomoč uporabnikom

Novi uporabniki, oziroma pisci člankov ali drugih strani se bodo hitreje spoznali s sistemom pisanja v MateMaturaWiki, če bodo imeli pomoč. V ta namen sem že pri uvodu na glavni strani postavila povezavo “Kako lahko sodelujem”.

Slika 31: Uvod v MateMaturaWiki na glavni strani s povezavo na stran za pomoč uporabnikom.

article discussion edit history

Glavna stran

MateMaturaWiki

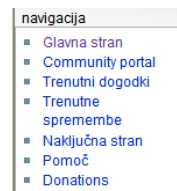
60 člankov

Ta Wiki je posvečen zbiranju rešitev obstoječih maturitetnih nalog iz matematike (pisnega dela splošne mature), rešenih z različnimi pristopi, predvsem pa - v luči naraščajoče uporabe tehnologije - s pomočjo različnih tehnoloških orodij, z namenom določitve najustreznejšega pristopa k uvajanju tehnoloških pripomočkov v dosednji način preverjanja znanja.

[Kako lahko sodelujem](#) ?

povežemo tudi preko bloka za navigacijo (pod logotipom) z izbiro "Pomoč".

Slika 32: Navigacijski blok vsebuje koristne povezave. Med njimi tudi povezavo na stran za pomoč, ki je v osnovi prazna.



Na strani sem predstavila podrobna navodila o tem, kako napisati novo stran in predlagala načine izboljševanja že obstoječih strani. Poudarila sem tudi vlogo sodelovanja preko izražanja mnenj. Odmevi na naloge so namreč ključnega pomena, če želimo naloge čim boljše umestiti po vrednosti v tehnološko podprtem okolju. Objavljene strani bo vsekakor potrebno še nadgrajevati. Bodisi tako, da jih lepše uredimo (dodamo še kakšno slikovno gradivo), dodamo povezave na druge strani, bodisi, da dodamo še druge rešitve (nalogo rešimo še na drug način ali z drugimi pomagali) in podobno.

Kot pri drugih wikijih, tudi v MateMaturaWiki obstaja seznam zelenih strani - to je strani, ki so jih drugi pisci predvideli (in se na njih morda tudi celo sklicevali). Povezave na zelene strani so obarvane rdeče. Če kliknemo na tako obarvano povezavo, lahko začnemo z izdelavo take zelene strani. Uporabnikom predlagam, naj se pri izboru urejanja nove strani po možnosti odločijo za katero od teh zelenih strani. S tem izpopolnimo vrednost že obstoječih strani oziroma celotne zgradbe wikija. Da bi piscem člankov poenostavila delo, sem pripravila predlogo za članek. Povezava na stran s predlogo za članek se nahaja na koncu strani za pomoč. Besedilo predloge si uporabnik potem le prekopira v urejevalnik besedila svojega članka in doda, dopolni oziroma popravi ustrezne dele:

##. naloga predmaturitetnega izpita dne
 dd.mm.llll, raven.

```
[[Kategorija:Izpitni rok llll:Rok]]
[[Kategorija:Raven zahtevnosti:Raven]]
```

```
== Besedilo naloge == '''...'''
::::::::::::::::::::::::::::::::::::''(# točk)''
```

```
== Izpitna vsebina naloge ==
```

```
* [[:Kategorija:Izpitna vsebina:...|...]]
[[Kategorija:Izpitna vsebina:...]]
```

```
== Rešitev z dovoljenimi pripomočki ==
[[Kategorija:Način reševanja:Dovoljeni pripomočki]]
```

```
* "Pisalo in papir":
<center> <math>...</math> </center>
```

* Standardno (znanstveno) računalno:

...

== Rešitev naloge s pomočjo sistemov za simbolno računanje ==

* [[Naloga:1111:Rok:Raven:##. naloga:Rešitev s programom ...|...]]

* ...

== Rešitev naloge s pomočjo sistemov za numerično računanje ==

* [[Naloga:1111:Rok:Raven:##. naloga:Rešitev s programom ...|...]]

* ...

== Rešitev naloge s pomočjo algebrskih in grafičnih računal ==

* [[Naloga:1111:Rok:Raven:##. naloga:Rešitev z ...|...]]

* ...

== Vrednost naloge v tehnološko podprtem okolju ==

* JMx

[[Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev JM:...]]

* KUx

[[Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev KU:...]]

* KOx

[[Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev KO:...]]

* Mx

[[Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev M:...]]

* xT

[[Kategorija:Vrednost naloge:Razvrstitev T:...]]

=== Predlogi za spremembe ob uporabi tehnoloških pripomočkov ===

...

Slika 33: Stran za pomoč uporabnikom.

project page

discussion

edit

history

move

watch

MateMaturaWiki:Pomoč

Vsebina [skrj]

1 Kako lahko sodelujete

1.1 Raziščite MateMaturaWiki

1.2 Izboljšajte obstoječe članke

1.3 Napišite povsem nov članek

Kako lahko sodelujete

[spremeni]

Raziščite MateMaturaWiki

[spremeni]

Izboljšajte obstoječe članke

[spremeni]

Napišite povsem nov članek

[spremeni]

Preden nadaljujete, si boste morda želeli [ustvariti svoj uporabniški račun](#). Urejate lahko tudi anonimno, vendar vam registracija prinese kar nekaj prednosti.

1. ustvarite novo podstran k nalogi,

2. prekopirajte besedilo naloge na podstran,

3. pod poglavjem **Rešitev s pomočjo lme tehnološkega pripomočka Različica** predstavite postopek (najlažje v obliki slike).

Ne pozabite:

uvrstite vaš članek v ustrezno kategorijo z **[[Kategorija:Način reševanja:lme načina reševanja:lme tehnološkega pripomočka]]**

pri nalogi, pod ustreznim poglavjem, dodati povezavo na vašo podstran v obliki **[[Rešitev z/s lme tehnološkega pripomočka | lme tehnološkega pripomočka]]**;

če uporabljeni tehnološki pripomoček še ni na seznamu **sistemov za simbolno računanje** oziroma **sistemov za numerično računanje** oziroma **grafičnih in algebrskih računal**, ga dodajte z **[[Kategorija:Način reševanja:lme načina reševanja:lme tehnološkega pripomočka | lme tehnološkega pripomočka]]**.

Rešite nalogo brez pomoči tehnoloških orodij in rešitev zapišite v TeXovem zapisu med znački **$...$** v poglavju **Rešitev z dovoljenimi pripomočki**.

Rešite nalogo s pomočjo kakšnega drugega tehnološkega orodja:

Rešite nalogo z novejšo (starejšo) različico tehnološkega pripomočka: na že obstoječi podstrani naloge (namenjeni temu tehnološkemu pripomočku) dodajte svojo rešitev pod novim poglavjem z naslovom **Rešitev s pomočjo lme tehnološkega pripomočka Različica**

Napišite povsem nov članek

[spremeni]

Preden začnete, se prepričajte, da stran še ne obstaja:

vnesite datum izpitnega roka z *vodilnimi ničlami* (npr.: 02.04.1997) v **iskalnik** - dobili boste seznam ujemanj;

ali pa preverite, da naloga ne obstaja v kategoriji **Izpitni rok Letnica:Rok:Raven:Zap. št. naloge**.

POZOR: pri enomestnih zaporednih številah naloge je spredaj dodana ničla (npr.: 05. naloga).

Začnite katero od **želenih strani**.

Nov članek lahko dodate na več načinov:

V nekem drugem članku se nahaja povezava na še neobstoječi članek. Kliknite nanjo in napišite članek.

V **iskalnik** vpišete pojem ali naslov članka. Izid iskanja vam pove, ali morda taka stran že obstaja, ponudi pa vam tudi povezavo **Lahko ustvarite stran s tem naslovom**, ki jo lahko kliknete in napišete članek.

Če dodajate novo nalogo - v kategoriji, ki ustreza letniku, roku in ravni naloge - dodajte povezavo **[[Naloga:Letnica:Rok:Raven:Zap. št. naloge]]**, pri čemer svojih sprememb **NE SHRANITE**, ampak **IZBERITE PREDOGLED**, na katerem kliknete na pravkar narejeno (rdeče obarvano) povezavo na vašo prazno stran.

V naslovno vrstico brskalnika vpišite **http://penelope.fmf.uni-lj.si/MateMaturaWiki/Naslov**, in ustvarili boste članek z imenom **Naslov**.

POZOR: ta metoda v operacijskem sistemu Windows ni primerna za naslove člankov, ki vsebujejo šumnike.

Prosimo, da se pri pisanju novega članka o nalogi držite sledečih pravil:

Pri enomestnih zaporednih številah naloge spredaj dodajte vodilno ničlo (npr.: 09. naloga), da se bo uvrstila na pravo mesto v seznamu nalog.

Povezava na nalogo naj bo oblike **[[Naloga:Letnica:Rok:Raven:Zap. št. naloge]]**.

Nalogo in njene podstrani uvrstite v vse ustrezne kategorije oziroma podkategorije.

Rešitve s pomočjo tehnoloških orodij napišite na podstrani, da bo članek preglednejši.

Če uporabljeni tehnološki pripomoček še ni na seznamu **sistemov za simbolno računanje** oziroma **sistemov za numerično računanje** oziroma **grafičnih in algebrskih računal**, ga dodajte z **[[Kategorija:Način reševanja:lme načina reševanja:lme tehnološkega pripomočka | lme tehnološkega pripomočka]]**

Rešitve naloge z različnimi različicami istega tehnološkega orodja dajte v posamezna poglavja na isti podstrani v obliki **== Rešitev s pomočjo lme tehnološkega pripomočka Različica ==**.

Pri nalogi, pod ustreznim poglavjem, dodajte povezavo na vašo podstran v obliki **[[Rešitev z/s lme tehnološkega pripomočka | lme tehnološkega pripomočka]]**.

Stran oblikujte po zgledu drugih.

Predloga za novo nalogo

Kategorija statističnih analiz nalog

Zagotovo bo statistična obravnava nalog tudi koristila pri ocenjevanju lastnosti nalog, zato sem predvidela temu namenjeno kategorijo. Ker se sistem dopolnjuje vsakič, ko objavimo novo stran, bo enostavno delati različne analize, kot je npr. v kateri razvrstitveni razred

spada največ obravnavanih nalog in podobno.

Kategoriji koristnih povezav in virov

Pri nekaterih virih sem lahko vključila povezavo na pripadajočo spletno stran.

- Kategorijo literature sem namenila seznamom člankov, knjig in zbornikov, ki so tematsko povezani z namenom MateMaturaWiki.

Slika 34: Kategorija Literatura.

[article](#)
[discussion](#)
[edit](#)
[history](#)
[move](#)
[watch](#)

Literatura

[spremeni]

Članki

- Meagher, M. (2000). *Curriculum and Assessment in an Age of Computer Algebra systems*. *ERIC Digest*. [↗](#)
- Kokol-Voljč, V. (2000a). *Examination questions when using CAS for school mathematics teaching*. *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), str. 63–76.
- Lokar, M. (2005). *Nekaj vprašanj o tehnologiji in poučevanju - Some questions about technology and teaching*. V zborniku 10. mednarodna konferenca - MIRK05, 19. - 21. maj 2005, Osnovna šola Cirila Kosmača, Piran.
- Lokar, M. in Lokar, M. (2001). *CAS and Slovene final external examination*. *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8(1), str. 23–44.
- Roškar, K. in Lokar, M. (2007). *Matura iz matematike v luči tehnologije*. V zborniku 10. mednarodna multikonferenca IS 2007, 8.-12. oktober 2007, Vzgoja in izobraževanje v informacijski družbi, str. 159.

[spremeni]

Knjige

- Alt, Z.; Benko, D.; Drnovšek, I.; Erker, J.; Fric, M.; Hvastja, D.; Jevnikar, M.; Kejžar, B.; Kobal, D.; Kranjc, B.; Lavrič, B.; Legiša, P.; Mohar, B.; Pagon, D.; Pavletič, M.; Pavlič, G.; Pisanski, T.; Robnik, A.; Škof, M.; Urbanija, F. V.; in Žerovnik, J. (2003). *MATEMATIKA Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995-2002*. Državni izpitni center. ISBN 961-6322-27-3
- Alt, Z.; Benko, D.; Drnovšek, I.; Erker, J.; Fric, M.; Hvastja, D.; Jevnikar, M.; Kejžar, B.; Kobal, D.; Kranjc, B.; Lavrič, B.; Legiša, P.; Mohar, B.; Pagon, D.; Pavletič, M.; Pavlič, G.; Pisanski, T.; Robnik, A.; Škof, M.; Urbanija, F. V.; in Žerovnik, J. (2007). *PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO - MATEMATIKA*. Državni izpitni center. ISBN 1318-4024
- Böhm, J.; Forbes, I.; Herweyers, G.; Hugelshofer, R.; in Shomacker, G. (2004). *The Case for CAS*. Westfälische Wilhelms-Universität Münster-Germany. [↗](#) ISBN 3-934064-45-0
- Roškar, K. (2007). *Uporaba programov Mathematica, Derive in Matlab pri reševanju maturitetnih nalog*. *Diplomska naloga*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko.

[spremeni]

Zborniki

- *Exam Questions and Basic Skills in Technology Supported Mathematics Teaching*. *Zbornik Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*. [↗](#)
- *Zbornik Proceedings of the 19th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Melbourne, Australia*.

- Kategorija konferenc je namenjena predvsem tistim sodelujočim, ki se aktivno ukvarjajo s področjem uvajanja tehnologije v matura iz matematike.

Slika 35: Kategorija Konference.

[article](#)
[discussion](#)
[edit](#)
[history](#)
[move](#)
[watch](#)

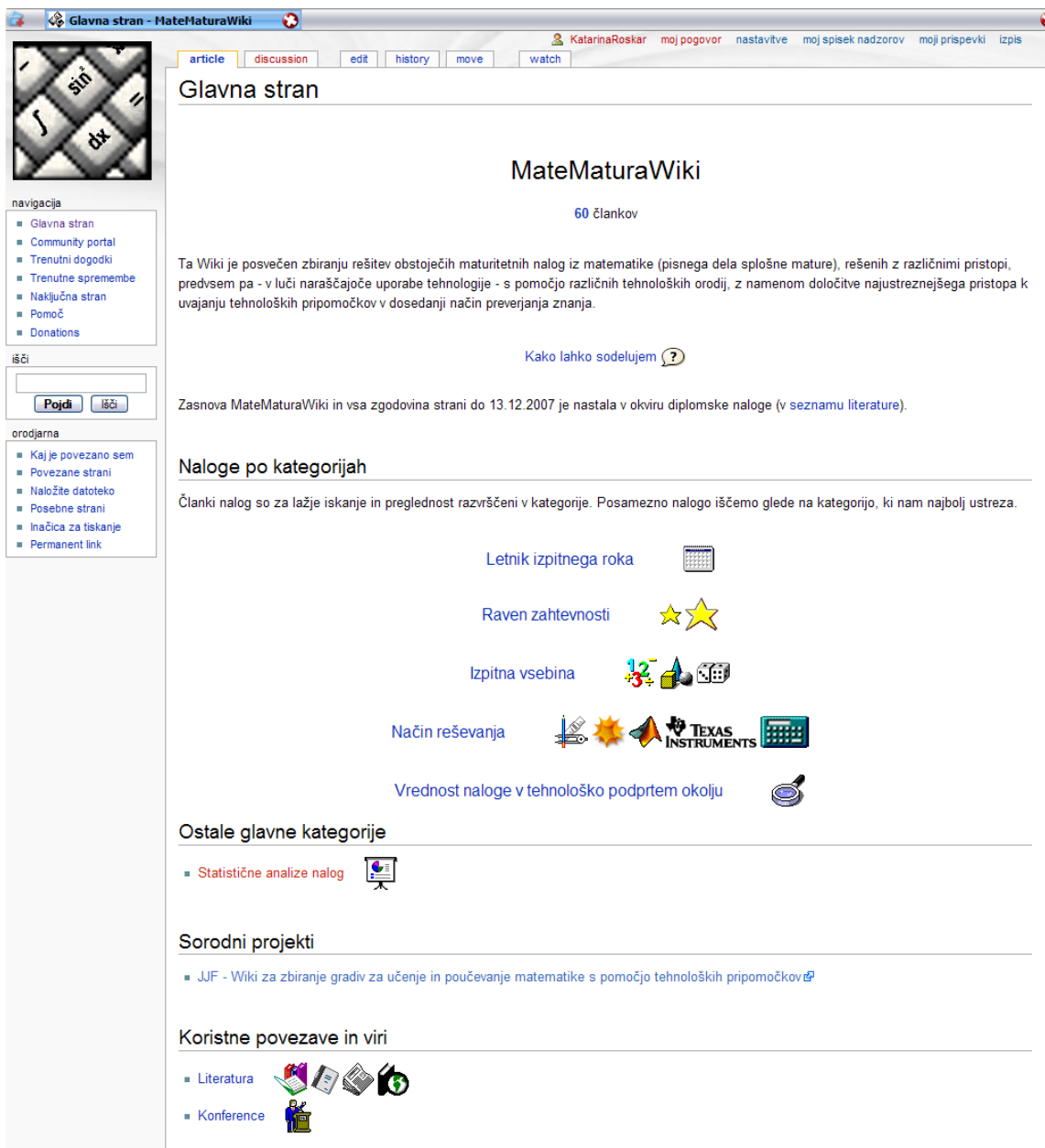
Konference

- *Vzgoja in izobraževanje v informacijski družbi - VIVID07* [↗](#)

4.1.4 Končen izgled glavne strani

Za konec primerjajmo izgled glavne strani s tistim ob nastanku (glej Slika 17).

Slika 36: Glavna stran MateMaturaWiki po pripravi za uporabnike.



Poglavje 5

ZAKLJUČEK

Potrebno se bo soočiti z novimi orodji. Pripravljeni moramo biti na to, da bodo določena “rutinska” dela prevzeli sistemi za simbolno računanje in drugi tehnološki pripomočki. Z analizo izbranih maturitetnih nalog lahko raziščemo in pokažemo pomembnost natančne določitve namena posamezne naloge. Ta je toliko bolj važna, če imamo na razpolago orodja, kot so SSR. Da bo imela analiza določeno “težo”, je smiselno, da analiziramo kar se da bogat spekter obstoječih nalog in pri tem uporabimo različna orodja in različne pristope. Pri tem nam je lahko v veliko pomoč sistem, zasnovan kot strani wiki, katerega zametek sem nakazala.

Literatura

- [Alt et al., 2003] Alt, Z.; Benko, D.; Drnovšek, I.; Erker, J.; Fric, M.; Hvastja, D.; Jevnikar, M.; Kejžar, B.; Kobal, D.; Kranjc, B.; Lavrič, B.; Legiša, P.; Mohar, B.; Pagon, D.; Pavletič, M.; Pavlič, G.; Pisanski, T.; Robnik, A.; Škof, M.; Urbanija, F. V.; in Žerovnik, J. (2003). *MATEMATIKA Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995-2002*. Državni izpitni center.
- [Alt et al., 2007] Alt, Z.; Benko, D.; Drnovšek, I.; Erker, J.; Fric, M.; Hvastja, D.; Jevnikar, M.; Kejžar, B.; Kobal, D.; Kranjc, B.; Lavrič, B.; Legiša, P.; Mohar, B.; Pagon, D.; Pavletič, M.; Pavlič, G.; Pisanski, T.; Robnik, A.; Škof, M.; Urbanija, F. V.; in Žerovnik, J. (2007). *PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO - MATEMATIKA*. Državni izpitni center.
- [Aogáin, 2000] Aogáin, E. M. (2000). "Assessment in the CAS age: an Irish perspective". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Böhm et al., 2004] Böhm, J.; Forbes, I.; Herweyers, G.; Hugelshofer, R.; in Shomacker, G. (2004). *The Case for CAS*. Westfälische Wilhelms-Universität Münster-Germany.
- [Bronstein et al., 1997] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.; Musiol, G.; in Mühlig, H. (1997). *Matematični priročnik*, poglavje 20, str. 775–845. Tehniška založba Slovenije.
- [Dahan, 2000] Dahan, J.-J. (2000). "An other approach of teaching mathematics with new technologies". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Fazio, 2000] Fazio, R. (2000). "The mathematical final exam questions for the italian experimental scientific liceo discussed and solved with Derive 5". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Flynn in McCrae, 2001] Flynn, P. in McCrae, B. (2001). "Issues in Assessing the Impact of CAS on Mathematics Examinations". V zborniku *Proceedings of the 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Sydney, Australia*.
- [Herget et al., 2000] Herget, W.; Heugl, H.; Kutzler, B.; in Lehmann, E. (2000). "Indispensable manual calculation skills in a CAS-invironment". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.

- [Heugl, 2000] Heugl, H. (2000). "New emphasis of fundamental algebraic competence and its influence in exam situation". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Jones in McCrae, 1996] Jones, P. in McCrae, B. (1996). "Assessing the impact of graphics calculators on mathematics examinations". V zborniku *Proceedings of the 19th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Melbourne, Australia*.
- [Jurkovic, 2000] Jurkovic, N. (2000). "Symbolic problem generation in a computer algebra system". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Kadijević, 2000] Kadijević, Đ. (2000). "Can procedural and conceptual mathematical knowledge be linked through computer assisted learning?". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Klajnsček in Senveter, 2000] Klajnsček, M. B. in Senveter, S. (2000). "The role of technology in improvement of testing". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Kokol-Voljč, 2000a] Kokol-Voljč, V. (2000a). "Examination questions when using CAS for school mathematics teaching". *The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 7(1), str. 63–76.
- [Kokol-Voljč, 2000b] Kokol-Voljč, V. (2000b). "New exams with new focuses". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Kutzler, 2000] Kutzler, B. (2000). "Two-tier exams as a way to let technology in". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Lokar, 2000] Lokar, M. (2000). "Some questions about technology and teaching". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Lokar, 2005] Lokar, M. (2005). "Nekaj vprašanj o tehnologiji in poučevanju - Some questions about technology and teaching". V zborniku *mednarodna konferenca - MIRK'05, 19. - 21. maj 2005, Osnovna šola Cirila Kosmača, Piran*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
- [Lokar in Lokar, 2000] Lokar, M. in Lokar, M. (2000). "Slovene final external examination - Matura in the view of computer algebra systems". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.
- [Lokar in Lokar, 2001] Lokar, M. in Lokar, M. (2001). "CAS and Slovene final external examination". *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*, 8(1), str. 23–44.
- [Meagher, 2000] Meagher, M. (2000). "Curriculum and Assessment in an Age of Computer Algebra systems". ERIC Digest.

- [Peschek in Schneider, 2000] Peschek, W. in Schneider, E. (2000). "How to Identify Basic Knowledge and Basic Skills? Features of Modern General Education in Mathematics.". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Puga, 2000] Puga, A. B. (2000). "Exams in the perspective of an intensive use of software in regular courses". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [RIC, 1997a] RIC (1997a). *MATEMATIKA, Izpitna pola 1, Osnovna raven, PREDMATURITETNI PREIZKUS*. Državni izpitni center.
- [RIC, 1997b] RIC (1997b). *MATEMATIKA, Izpitna pola 1, Osnovna raven, REŠITVE NALOG, TOČKOVNIK, PREDMATURITETNI PREIZKUS*. Državni izpitni center.
- [Roškar in Lokar, 2007] Roškar, K. in Lokar, M. (2007). "Matura iz matematike v luči tehnologije". V zborniku *Zbornik 10. mednarodne multikonference Informacijska družba IS'2007, 8.-12. oktober 2007, Vzgoja in izobraževanje v informacijski družbi*, str. 159.
- [Schneider, 2000] Schneider, E. (2000). "'Representing' in CAS-supported Mathematics Teaching". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Torres-Skoumal, 2000] Torres-Skoumal, M. (2000). "Alternative assessment model". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Valenčič, 2007] Valenčič, S. (2007). "Spletne učilnice in sistem wiki pri poučevanju programskih jezikov". Diplomsko delo, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko.
- [Wazir, 2007] Wazir, I. (2007). "An international school perspective". *CAME 2007, Pécs, Madžarska*, dostopno na <http://www.lkl.ac.uk/came/events/CAME5/CAME5-Theme2-Wazir.pdf>.
- [Wurnig, 2000] Wurnig, O. (2000). "New Ways of Assessment in CAS-oriented Mathematical Education - New Experineces, First Results.". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenija*.
- [Žakelj, 2000] Žakelj, A. (2000). "The use of calculators and personal computers in primary and secondary schools". V zborniku *Proceedings of the 6th ACDCA Summer Academy, Portorož, Slovenia*.